

# Ladungsträger-Annihilationsdynamik von gekoppelten zwei- und nulldimensionalen Elektronensystemen

## Dissertation

zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)

in der Fakultät für Physik und Astronomie  
der Ruhr-Universität Bochum

eingereicht von  
**Carsten Jörn Ebler**  
aus  
Dorsten

Bochum, Sommersemester 2020

1. Gutachter: Prof. Dr. Andreas D. Wieck
2. Gutachter: Prof. Dr. Ulrich Köhler

Eingereicht am: 20.05.2020

Disputation am: 27.10.2020



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Halbleiterelektronik . . . . .	3
2.1.1	Elektronische Transporteigenschaften . . . . .	9
2.1.2	Elektrische Leitfähigkeit . . . . .	12
2.1.3	Ohmscher- und Schottky-Kontakt . . . . .	14
2.2	Halbleiter-Heterostrukturen . . . . .	15
2.2.1	Zweidimensionale Elektronen- und Löchergase . . . . .	17
2.2.2	Nulldimensionale Elektronen- und Löchersysteme . . . . .	21
2.2.3	Phononen . . . . .	23
2.2.4	Tunneldynamik zwischen null- und zweidimensionalen Systemen . . . . .	24
2.3	Wechselwirkung zwischen Halbleitern und Photonen . . . . .	29
2.3.1	Exzitonen . . . . .	30
2.4	Elektronisches Rauschen . . . . .	33
2.4.1	Spannungsrauschen . . . . .	35
2.4.2	Stromrauschen . . . . .	36
<b>3</b>	<b>Probenwachstum und Prozessierung</b>	<b>38</b>
3.1	Molekularstrahlepitaxie . . . . .	38
3.1.1	Stranski–Krastanov-Wachstum . . . . .	40
3.1.2	Probenstrukturen . . . . .	42
3.2	Probenprozessierung und Funktionalität . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Experimentelle Methoden</b>	<b>50</b>
4.1	Leitwert-Spektroskopie . . . . .	50
4.2	Photolumineszenz-Spektroskopie . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>59</b>
5.1	Optimierung der Leitwert-Spektroskopie . . . . .	59
5.1.1	Rauschoptimierung des Messaufbaues . . . . .	59

5.1.2	Spannungs- und Beleuchtungspulskorrelation . . . . .	61
5.1.3	Spannungsfestigkeit des <i>gate</i> -Kontakts . . . . .	62
5.1.4	2DEG-Antwort zu Kontaktwiderstand und <i>gate</i> -Geometrie . . . . .	64
5.1.5	Inverse Laplace-Transformation . . . . .	72
5.1.6	Tikhonov-Regularisierung . . . . .	77
5.2	Annihilationsdynamik und Ladungsspeicherung . . . . .	80
5.2.1	Quasi-Gleichgewichtsbeladung an Quantenpunkten . . . . .	80
5.2.2	Beleuchtungsdynamik des 2DEGs . . . . .	84
5.2.3	Metastabile Lochspeicherung . . . . .	86
5.2.4	Quasi-Gleichgewichtsbeladung an Quantenpunktmolekülen . . . . .	89
5.2.5	Exzitonen-Zustände in Quantenpunktmolekülen . . . . .	91
5.3	Tunnelspektroskopie . . . . .	94
5.3.1	Verteilung der Zeitkonstanten $\tau$ . . . . .	94
5.3.2	Nicht-Gleichgewichtstunneln an Quantenpunkten . . . . .	97
5.3.3	Nicht-Gleichgewichtstunneln an Quantenpunktmolekülen . . . . .	100
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>103</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>I</b>
A.1	Digitalisierungsstufen des PicoScope-AWGs . . . . .	I
A.2	Kapazitives Umladen des 2DEG-Kanals . . . . .	III
A.3	Absättigung von DX-Zentren . . . . .	V
A.4	Einfluss der Ätztiefe auf den Kontaktwiderstand . . . . .	VI
A.5	Bestimmung des Molekülcharakters . . . . .	VII
A.6	Prozessierungsmaske . . . . .	IX
A.7	Wachstumsprotokolle . . . . .	IX
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>XIV</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>XXVII</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>XXVIII</b>
	<b>Publikationen</b>	<b>XXX</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Blochwellen für eindimensionales Gitter . . . . .	4
2.2	Besetzungswahrscheinlichkeit nach Fermi-Dirac-Statistik im HL . . . . .	6
2.3	Bandstrukturverlauf von Si und GaAs . . . . .	8
2.4	Bandstrukturverlauf von p- und n-Dotierung im HL . . . . .	12
2.5	Zustandsdichten in niederdimensionalen HL-Strukturen . . . . .	16
2.6	Halbleiterheteroübergang von GaAs und AlAs . . . . .	17
2.7	Potentialtasche und Subbänder in einem HEMT . . . . .	19
2.8	Quantisierungsenergien im Quantenpunkt . . . . .	22
2.9	Schematische Wellenfunktionsüberlappung für Tunnelprozesse . . . . .	25
2.10	Exziton-Generation und Relaxation in QDs . . . . .	31
2.11	Rauschfigur eines Operationsverstärkers unter Last bei Raumtemperatur	34
2.12	Wärmerauschen bei verschiedenen Temperaturen . . . . .	35
3.1	Schematische Darstellung der III/V-er Riber-MBE . . . . .	39
3.2	Stranski–Krastanov-Wachstum . . . . .	41
3.3	Probe #14010 - Einzelne Lage Quantenpunkte . . . . .	43
3.4	Probe #14846 - Gekoppelte Lagen Quantenpunkte . . . . .	45
3.5	Positive und negative Photolithographie . . . . .	46
3.6	Photolithographie und chemisches Ätzen . . . . .	46
3.7	Zweistufiger Lackprozess zur Kontaktherstellung . . . . .	48
3.8	Prozessiertes HEMT und QD-Ladungszustandseinstellung . . . . .	48
4.1	Schematischer Leitwert-Spektroskopie-Messaufbau . . . . .	51
4.2	Messkonzept der Leitwert-Spektroskopie . . . . .	52
4.3	Quasi-Gleichgewichtsmessungen mittels Leitwert-Spektroskopie . . . . .	54
4.4	Nicht-Gleichgewichtsmessungen mittels Leitwert-Spektroskopie . . . . .	55
4.5	Gepulste Beleuchtung mittels Leitwert-Spektroskopie . . . . .	56
4.6	Schematischer Photolumineszenz-Spektroskopie-Aufbau . . . . .	57
5.1	Mittelungsabhängig Be- und Entladetransienten . . . . .	60
5.2	Quantitative Analyse des Gesamtrauschens . . . . .	61

5.3	Aufnahme eines Bonddrahts auf der Au-Oberfläche eines <i>gate</i> -Kontakts	63
5.4	Durchbruchspannung des <i>gates</i> bei verschiedenen Bondverfahren . . . . .	63
5.5	2DEG-Antwort bei verschiedenen DC-Spannungen . . . . .	64
5.6	Theoretische 2DEG-Antwort bei variablem Kontaktwiderstand . . . . .	66
5.7	2DEG-Antwort auf verschiedene Ladungsträgerdichten . . . . .	67
5.8	Einstufiger Lackprozess zur Kontaktherstellung . . . . .	69
5.9	Kontakt- und Kanalwiderstand durch veränderte Prozessierung . . . . .	70
5.10	2DEG-Antwort unter Variation der <i>gate</i> -Geometrie und -Fläche . . . . .	72
5.11	Visualisierung des Riemann-Lebesgue Lemma . . . . .	76
5.12	Analyse verschiedener multi-exponentieller Funktionen . . . . .	77
5.13	Abweichprinzipien zur Bestimmung des Regularisierungsparameters . . . . .	79
5.14	Beladespektrum an Probe #14010 mit und ohne gepulster Beleuchtung . . . . .	81
5.15	Bestimmung des mittleren Ladungszustands der QDs . . . . .	83
5.16	2DEG-Antwort auf den Beleuchtungspuls . . . . .	84
5.17	Ladungszustand der QDs während des Beleuchtungspulses . . . . .	85
5.18	Speicherdynamik der metastabilen Löcher in den QDs . . . . .	88
5.19	Unbeleuchtetes Beladespektrum an Probe #14846 . . . . .	90
5.20	Beladespektrum unter Pulsbeleuchtung an Probe #14846 . . . . .	91
5.21	Summe aller Lochzustände unter Pulsbeleuchtung an Probe #14846 . . . . .	92
5.22	Entwicklung der Spektralfunktion unter Variation der Regularisierung . . . . .	95
5.23	Summe aller Lochzustände unter Pulsbeleuchtung an Probe #14846 . . . . .	96
5.24	Nicht-Gleichgewichtsbeladung an Probe #14010 . . . . .	98
5.25	Nicht-Gleichgewichtsentladung an Probe #14010 . . . . .	99
5.26	Nicht-Gleichgewichtsbeladung an Probe #14846 . . . . .	101
5.27	Nicht-Gleichgewichtsentladung an Probe #14846 . . . . .	102
A.1	Digitalisierungsstufen in der Pulsfrequenz des PicoScope . . . . .	II
A.2	Digitalisierungsstufen in der Spannung des PicoScope . . . . .	IV
A.3	2DEG-Umladung an der positiven Flanke eines <i>gate</i> -Spannungspulses . . . . .	IV
A.4	2DEG-Strom während Vorbeleuchtung bei verschiedenen LED-Strömen . . . . .	V
A.5	Kontaktwiderstand bei verschiedenen Ätztiefen . . . . .	VI
A.6	Kontaktwiderstand bei verschiedenen Ätztiefen . . . . .	VII
A.7	Vollständige Prozessierungsmaske . . . . .	IX

# Tabellenverzeichnis

2.1	Bandlückenenergien von III/V Verbindungshalbleitern . . . . .	9
5.1	Energieabstände der Exzitonen-Zustände von Probe #14010 . . . . .	82
5.2	Energien und Energieabstände der Exzitonen-Zustände von Probe #14846	93



# Abkürzungsverzeichnis

**HL** Halbleiter

**MOCVD** Metallorganische chemische Gasphasenabscheidung

**MBE** Molekularstrahlepitaxie

**SSD** Festkörperspeicher - eng. *solid state disc*

**QBITs** quantenmechanische *bits*

**SG** Schrödinger Gl.

**GaAs** Gallium-Arsenid

**InAs** Indium-Arsenid

**AlAs** Aluminium-Arsenid

**2DEG** Zweidimensionales Elektronengas

**2DHG** Zweidimensionales Löchergas

**HEMT** eng. *high electron mobility transistor*

**DX** Donator Komplexe

**QD** Quantenpunkt - eng. *quantum dot*

**BTH** Bardeen-Transfer Hamiltonian

**QDM** Quantenpunktmolekül - eng. *quantum dot molecule*

**WKB** Wentzel-Kramers-Brillouin

**STN** Signal zu Rauschverhältnis

**UHV** Ultrahochvakuum

**IGP** Ionengerterpumpen

**RHEED** eng. *reflection high-energy electron diffraction*

**QMS** Quadrupol-Massenspektrometer

**WL** Benetzungsschicht - eng. *wetting layer*

**AFM** Rasterkraftmikroskopie - eng. *atomic force microscopy*

**TEM** Transmissionselektronenmikroskopie - eng. *transmission electron microscopy*

**SPS** kurzperiodisches Übergitter - eng. *short-periodic superlattice*

**AWG** Arbiträr-Funktionsgenerator - eng. *arbitrary waveform generator*

**LED** Leuchtdiode - eng. *light-emitting diode*

**MJB** Maskenjustierbeleuchter

**TLM** Transmissionslinien-Methode - eng. *transfer line method*

# 1 Einleitung

Durch das stete Bestreben der Menschheit nach besseren Rechenmaschinen und schnellerer Datenkommunikation war es in der Vergangenheit ein probates Mittel, die Strukturgröße der Recheneinheiten sukzessive zu verkleinern. Halbleiter (HL) sind heutzutage aufgrund ihrer Integrierbarkeit und Skalierbarkeit die Grundlage jeglicher Computertechnik, optischer Kommunikation sowie fortschreitend auch der Datenspeicherung. In den letzten Jahrzehnten wurden Techniken, wie Metallorganische chemische Gasphasenabscheidung (MOCVD) und Molekularstrahlepitaxie (MBE) etabliert, welche für die weitere Miniaturisierung maßgeschneiderte und atomlagen-genaue Halbleiterschichten ermöglichen. Obwohl die Strukturgrößen bereits unter 10 nm liegen, beruht die Technologie fast überall auf der Nutzbarmachung von elektrischen und optischen Eigenschaften auf der Grundlage von Vielteilchen-Effekten, wie beispielsweise dem elektrischen Strom oder der Lichtintensität. Quantenmechanische Effekte, wie beispielsweise das Tunneln von Ladungsträgern kommen zwar im Festkörperspeicher - eng. *solid state disc* (SSD) zur Anwendung, stellen ansonsten jedoch vordergründig ein störendes Hindernis dar.

Seit nunmehr einigen Jahren werden jedoch steigende Anstrengungen unternommen, neue Technologien auf Grundlage quantenmechanischer Effekte zu entwickeln, insbesondere in Form einer revolutionierten Computerarchitektur [1, 2], sowie einer inhärent sicheren Kommunikation [3]. Dazu ist es vor allem wichtig, einzelne quantenmechanische Zustände über einen gewissen Zeitraum stabil kontrollierbar zu machen. Ionenfallen boten zu Beginn ein gut verstandenes System [4], stoßen jedoch bei der Skalierbarkeit auf grundlegende Hindernisse. Dem gegenüber steht die breit aufgestellte Halbleiter-Technologie, bei der die nanoskopischen Halbleiter-Heterostrukturen einen nulldimensionalen Ladungseinschluss ermöglichen. Diese sog. Quantenpunkte werden auch als künstliche Atome bezeichnet, da sie atomähnliche Quantisierungsphänomene aufweisen. Die III/IV-Halbleiter haben insbesondere mit selbstorganisierten Indium-Arsenid Quantenpunkten in zahlreichen Experimenten zeigen können, dass mit ihnen zum einen definierte Spin-Zuständen als Prototyp eines 2-Niveau System für Quantencomputer funktionieren, als auch die Aussendung von transformlimitierten Einzelphotonen. Bei Letzterem zeigen sie exzellente optische

Eigenschaften in Linienbreite, Helligkeit und Ununterscheidbarkeit der Photonen [5, 6]. Dadurch sind sie ein vielversprechender Kandidat für sog. quantenmechanische *repeater* in der Quantenkommunikation, bei der ein Datenstrom aus verschränkten Photonen verstärkt wird, ohne dass dabei die Wellenfunktion kollabieren darf.

Diese Arbeit beschreibt im Wesentlichen Grundlagenforschung für einen solchen quantenmechanischen *repeater*, wobei dazu die elektrischen und optischen Eigenschaften von selbstorganisierten Indium-Arsenid Quantenpunkten sowie Quantenpunktmolekülen untersucht wurden. Dabei lag der Fokus insbesondere auf der technischen Weiterentwicklung eines solchen Geräts und der Angliederung an bestehende Elektronik, sowie auf der optisch induzierten Anregung quantenmechanischer Zustände und anschließender Speicherung. Darüber hinaus wurden tunnelsepektroskopische Untersuchungen von Ladungsträgern unter Anwendung neu etablierter, mathematischer Verfahren vorgenommen, um ein tieferes Verständnis über die zeitliche Dynamik und den Ladungsaustausch zwischen Quantenpunkten und einem Ladungsträgerreservoir zu erhalten.

## 2 Physikalische Grundlagen

Dieses Kapitel gibt grundlegend alle notwendigen physikalischen und elektrotechnischen Zusammenhänge wieder, welche zum Verständnis der vorliegenden Arbeit notwendig sind. Dabei geht es um Halbleiter-Heterostrukturen sowie die grundlegende Elektronik der Selben. Darüber hinaus wird in einem separaten Abschnitt auf allgemeine Quellen und Zusammenhänge von elektronischem Rauschen eingegangen. Im Bereich der Halbleiterelektronik liegt der Fokus auf Ladungstransport, Rauschverhalten und Temperaturabhängigkeit. Zu Beginn wird erläutert, wodurch sich ein Halbleiter definiert und welche Zusammenhänge zwischen Temperatur, Ladungsträgern, Beweglichkeit und Bandlücke bestehen [7–9]. Anschließend wird auf Halbleiter-Heterostrukturen und die sich daraus ergebenden und in dieser Arbeit untersuchten Eigenschaften von zwei- und nulldimensionalen Ladungseinschlüssen eingegangen sowie auf quantenmechanische Tunnelprozesse und Wechselwirkung mit Photonen. Da im Rahmen der Arbeit neben den reinen elektronischen und optischen Messungen ebenfalls die Probenprozessierung und Optimierung der Messtechnik eine große Rolle gespielt hat, wird auf das Rauschverhalten von Halbleitern sowie auf die Kontaktierung zu Metallen ebenfalls ein Abschnitt aufgewendet [10].

### 2.1 Halbleiterelektronik

Werden Atome immer weiter angenähert, überlappen die Wellenfunktionen der Valenzelektronen, was dazu führt, dass sich ihr Aufenthaltsraum ausdehnt. Die Atome (Rumpfatome) gehen dabei im Idealfall in eine ortsfeste Kristallstruktur über und die äußeren Elektronen sind nicht mehr an ihre Atome gebunden, sondern über den kompletten Festkörper delokalisiert. Ein Kristall entspricht einer periodischen Struktur und ist der natürliche Zustand des festen Aggregatzustandes, da somit alle Atome bei gleichem Abstand zueinander den energetisch günstigsten Zustand einnehmen. Für die quantenmechanische Beschreibung eines einzelnen Elektrons im Kristall gilt die Schrödinger Gl. (SG):

$$i\hbar|\dot{\psi}\rangle = H|\psi\rangle. \quad (2.1)$$

## 2.1. Halbleiterelektronik

Dabei ist  $\psi$  die Wellenfunktion des Elektrons, sodass mit der Elektronenmasse  $m_0$ , dem Plankschen Wirkungsquantum  $\hbar$  und dem periodische Kristallpotential  $U(\mathbf{r})$  der Hamiltonian  $H$  geschrieben werden kann zu [8, 11]:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + U(\mathbf{r}). \quad (2.2)$$

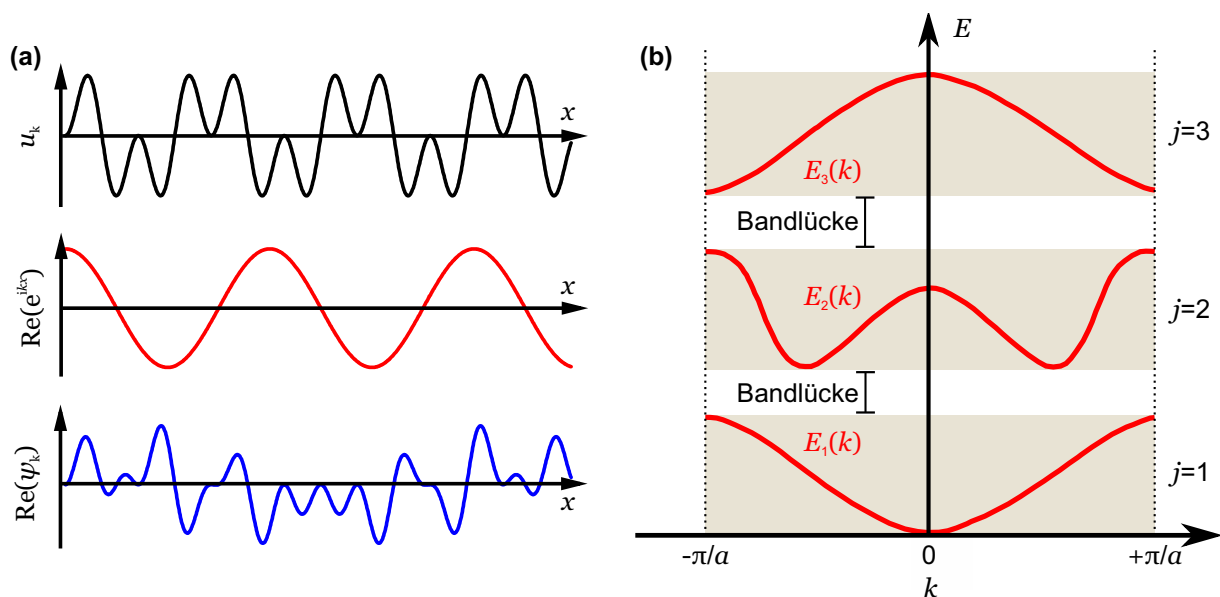
Aufgrund der Periodizität muss das Kristallpotential mit dem Translationsvektor  $\mathbf{R}$  folgendem Ausdruck genügen:

$$U(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r} + \mathbf{R}). \quad (2.3)$$

Als Lösung ergeben sich nach Blochs Theorem ebene Wellen [12] mit Wellenvektor  $\mathbf{k}$ . Im Ortsraum ergeben sich als Lösung von Gl. 2.1 die folgenden Eigenzustände des Systems, moduliert über das Gitter mit  $u_{\mathbf{k},j}(\mathbf{r})$  bzw.  $u_{\mathbf{k},j}(\mathbf{r} + \mathbf{R})$  gemäß

$$|\psi_{\mathbf{k},j}\rangle = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k},j}(\mathbf{r}). \quad (2.4)$$

Aufgrund der Periodizität im  $\mathbf{k}$ -Raum kann das System vollständig mit  $\mathbf{k}$ -Vektoren in



**Abbildung 2.1:** (a) Konstruktion von Bloch Wellen  $\psi_{\mathbf{k}} = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  für ein eindimensionales Gitter in  $x$ -Richtung. (b) Schematische  $\mathbf{k}$ -Raum Bandstruktur in einem eindimensionalen, periodischen Potential. Gemäß Gl. 2.2 sind die ersten drei Energiebänder und die entsprechenden Bandlücken für die ersten Brillouin Zone dargestellt [8, 13].

der ersten sog. Brillouin Zone beschrieben werden, sodass in einem eindimensionalen Gitter mit Gitterkonstante  $a$  Werte im Bereich von  $[-\pi/a, +\pi/a]$  angenommen werden. Die Energiewerte  $E_j(\mathbf{k})$  teilen sich in Energiebänder mit Index  $j$  auf, getrennt von Band-

lücken  $E_g$  mit nicht erlaubten Zuständen, gezeigt in Abb. 2.1 für den eindimensionalen Fall. Die Elektronenkonfiguration des Stoffes, aus dem der Kristall aufgebaut ist, bestimmt die Ausbildung der Bandlücken sowie die maximalen Besetzungen der Bänder und damit die elektrischen, thermischen und optischen Transport- und Wechselwirkungseigenschaften.

Für den Kristallimpuls eines Elektrons gilt

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (2.5)$$

Die Bewegung einzelner Elektronen ergibt sich als Überlagerung vieler möglicher Wellenfunktionen zu einem Wellenpaket, was direkt mit der Heisenbergschen Unschärferelation in Zusammenhang steht.

Da nicht alle Teilchen bei 0K aufgrund des Pauli-Verbots den niedrigsten Einteilchen Zustand besetzen können, existieren auch angeregte Energieniveaus. Die Elektronen besetzen nach dem Pauli-Prinzip die Bänder (Die Niveaus unterscheiden sich in allen Quantenzahlen) mit je 2 Elektronen pro Energieniveau (Spin up und Spin Down), angefangen vom niedrigsten bis zu einer maximalen Energie. Bei 0K wird jedes Band bei  $N$  Atomen im Kristall von  $2N$  Elektronen bevölkert, dies entspricht dem Grundzustand des Vielteilchenzustandes und wird als Fermi-See bezeichnet. Die maximal erreichte Energie ist die Fermi-Energie  $E_F$ <sup>1</sup>. Falls das letzte befüllte Band (Valenzband) dabei komplett gefüllt ist, so befindet sich die Fermi-Energie mittig innerhalb der Bandlücke zwischen dem Valenzband und dem leeren darüber liegenden Band (Leitungsband) und ist damit streng genommen nicht definiert. In diesem Fall handelt es sich, abhängig von der Größe der Energielücke, um einen Halbleiter ( $0,5\text{ eV} < E_g \leq 4\text{ eV}$ ) oder Isolator ( $E_g > 4\text{ eV}$ ) [14]. Von einem Metall spricht man, wenn die Fermi-Energie innerhalb eines Bandes liegt und somit das energetisch höchste Band nicht vollständig gefüllt ist.

Wie die Energiezustände innerhalb der Bänder verteilt sind, wird durch die sog. Zustandsdichte  $D(E)$  beschrieben, welche ein Maß für Anzahl  $N$  bzw. Verteilung der Zustände in einem Energieintervall  $dE$  darstellt. Die Zustandsdichte für einen dreidimensionalen Volumenhalbleiter lautet

$$D(E) = \frac{(2m^*)^{3/2}}{2\pi\hbar^3} \cdot \sqrt{E}. \quad (2.6)$$

---

<sup>1</sup>Bei 0K ist die Fermi-Energie gleich dem Elektro-Chemischen Potential  $\mu$ . Bei höheren Temperaturen wird  $\mu$  kleiner und erreicht im klassischen Limit 0 (und kann sogar negativ werden).

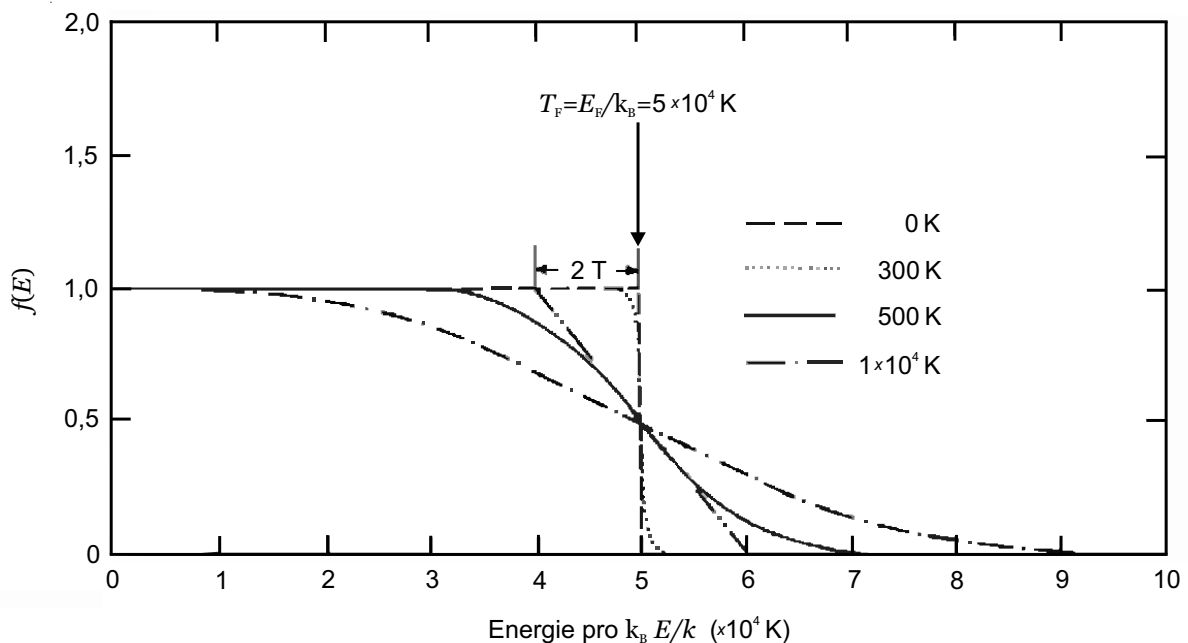
## 2.1. Halbleiterelektronik

Relevant ist die Energieabhängigkeit, welche im 3D Fall proportional zu  $\sqrt{E}$  ist. In Kap. 2.2 wird ausführlicher auch auf niederdimensionalere Strukturen eingegangen, bei denen signifikante Unterschiede und mitunter Quantisierungsphänomene in der Zustandsdichte auftreten.

Die temperaturabhängige Besetzungswahrscheinlichkeit  $f(E)$  der Elektronen für Valenz- und Leitungsband auf die eingangs beschriebenen möglichen Zustände nach Gl. 2.6, folgt im thermischen Gleichgewicht der Fermi-Dirac-Statistik

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} + 1}. \quad (2.7)$$

Im Grundzustand bei 0 K entsteht eine scharfe Kante, welche die besetzten von den unbesetzten Zuständen trennt. Im Falle von Halbleitern, wenn die Energielücke im Größenordnungsbereich der thermischen Energie der Ladungsträger liegt, werden mit zunehmender Temperatur kontinuierlich Elektronen thermisch vom Valenz- ins Leitungsband angeregt. In der Folge weicht die Verteilungsfunktion sukzessive um den Bereich der Fermi-Energie auf, s. Abb. 2.2. Um eine große Anzahl an Ladungsträgern anzuregen, sind jedoch sehr hohe Temperaturen erforderlich. Bei



**Abbildung 2.2:** Temperaturabhängige Elektronen-Besetzungswahrscheinlichkeit  $f(E)$  in Halbleitern nach der Fermi-Dirac-Statistik. Elektronen werden vom Valenz- ins Leitungsband angeregt und die Verteilung weicht immer weiter auf [15].  $T_F$  beschreibt die Fermi-Temperatur, welche der thermischen Energie der Ladungsträger mit Energie  $E_F$  entspricht.

Halbleitern nimmt die Leitfähigkeit gegenüber Metallen mit der Temperatur zu und



kann bei entsprechender Abnahme auch gänzlich verschwinden. Entscheidend für die Leitfähigkeit ist die Bandlücke des Materials und die Anzahl der, abhängig von der Temperatur, besetzten und unbesetzten Zustände im Valenz- und Leitungsband. Wird ein Elektron thermisch angeregt, so hinterlässt es im Valenzband ein sog. Loch, was einer überschüssigen positiven Ladung entspricht.

Es existieren zum einen die Elementhalbleiter aus der 4. Hauptgruppe [Silizium (Si) und Germanium (Ge)] sowie Verbindungen von Elementen aus der 3. [Gallium (Ga), Aluminium (Al), Indium (In)] und 5. Hauptgruppe [Stickstoff (N), Phosphor (P), Arsen(As)], die sog. III/V Verbindungshalbleiter, um neben anderen die technisch wichtigsten zu nennen. Ebenfalls werden in geringerem Maße Elemente der 2. und 6. Hauptgruppe zusammen gebracht. Für die oft verwandte Verbindung aus Ga([Ar]3d<sup>10</sup>4s<sup>2</sup>4p<sup>1</sup>) und As([Ar]3d<sup>10</sup>4s<sup>2</sup>4p<sup>3</sup>), wobei das 3d Niveau vollständig gefüllt ist, folgt nach Verbindung für die Anzahl an Elektronenpaaren des 3. Energieniveaus:  $(3 + 5)/2 = 4$ . Dem zugrunde liegt die sp<sup>3</sup>-Hybridisierung, sodass eine Mischbindung aus ionischer (Ladungstransfer vom V-er zum III-er Material) und kovalenter Bindung vorliegt. Auch die II/VI Halbleiter zeigen mit 4 Elektronenpaaren und einem vollbesetzten Valenzband in einer kristallinen Struktur diese Mischbindung, jedoch mit größerem ionischen Anteil als die III/V-er.

In Abb. 2.3 ist die Bandstruktur von Gallium-Arsenid (GaAs), einem III/V Verbindungshalbleiter und dem Elementhalbleiter Si abgebildet. Die Bandstruktur stellt die Energiedispersion der Ladungsträger da, also die Abhängigkeit der Energie  $E$  von der Wellenzahl  $\mathbf{k}$  der Bloch-Wellen, auf denen sich die Elektronen und Löcher durch den Kristall bewegen können. Das Valenz- und Leitungsband [ $E_v(\mathbf{k})$  und  $E_c(\mathbf{k})$ ] um den  $\Gamma$ -Punkt wird gut durch eine parabolische Dispersionskurve angenähert [7] gemäß:

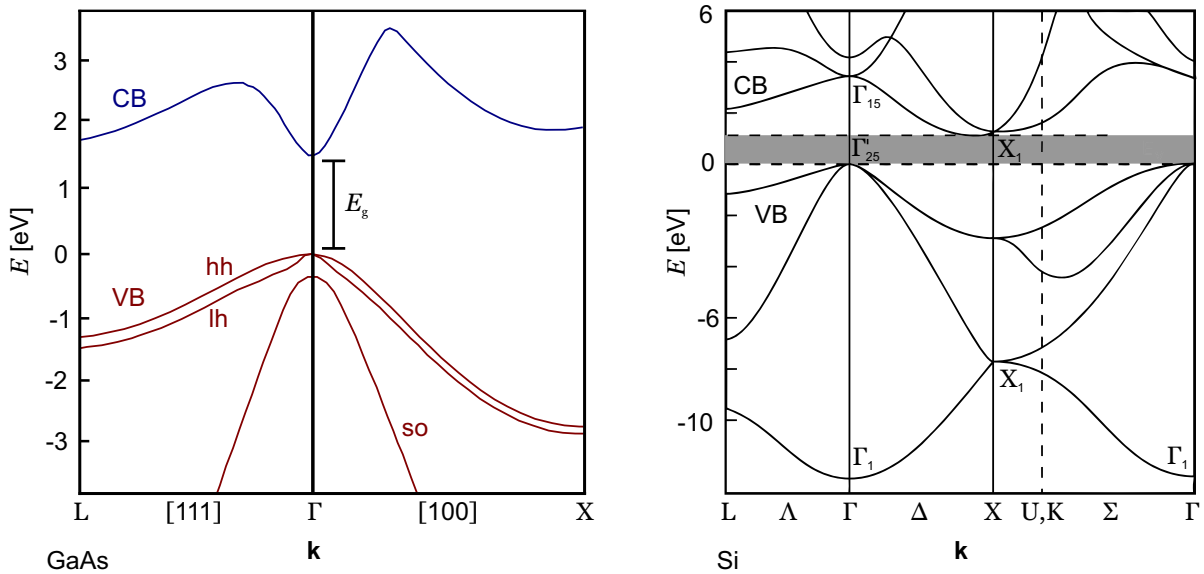
$$E_v(\mathbf{k}) = E_v + \frac{\hbar^2}{2} \cdot \sum_{i,j} k_i \left( \frac{1}{m_e^*} \right)_{i,j} k_j, \quad (2.8)$$

$$E_c(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \cdot \sum_{i,j} k_i \left( \frac{1}{m_h^*} \right)_{i,j} k_j, \quad (2.9)$$

wobei  $E_c$  ( $E_v$ ) dem Leitungsband Minimum (Valenzband Maximum) entspricht und  $(m_{e,h}^*)_{i,j}$  den Tensor für die effektive Masse beschreibt. Dieser ist definiert als

$$[(m^*)^{-1}(\mathbf{k})]_{i,j} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{\partial^2 E(\mathbf{k})}{\partial k_i \partial k_j} \quad (2.10)$$

## 2.1. Halbleiterelektronik



**Abbildung 2.3:** Bandstrukturverlauf von GaAs III/V Verbindungshalbleiter mit einer direkten Bandlücke (dunkelgrau dargestellt) (links) [16] und Elementhalbleiter Si mit einer indirekten Bandlücke (rechts) um den  $\Gamma$ -Punkt [17]. Der  $L$ - und  $X$ -Punkt sind hoch-symmetrische Punkte an den Rändern der ersten Brillouin Zone in [111] und [100] Richtung ausgehend vom  $\Gamma$ -Punkt. Valenz- und Leitungsband sind durch die Bandlücke  $E_g$  von einander getrennt und im Falle von GaAs ist das Valenzband durch die p-Ärtheit in ein Schwer-, Leicht- und *split-off* Band aufgespalten.

und für Arsenid-Halbleiter annähernd isotrop, wodurch sich Gl. 2.10 für das Leitungsband reduziert zu [18]

$$E_c(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}. \quad (2.11)$$

Dies entspricht der Dispersion von quasi freien Ladungsträgern mit der effektiven Masse  $m_{e,h}^*$  als Maß für die inverse Bandkrümmung. Diese modifizierte Elektronen- bzw. Löchermasse trägt der Wechselwirkung mit dem Kristallpotential Rechnung.

Da sich diese Arbeit im Wesentlichen auf die Verbundhalbleiter GaAs sowie Aluminium-Arsenid (AlAs) und Indium-Arsenid (InAs) bezieht, wird im Folgenden diesbezüglich noch gesondert auf bestimmte relevante Eigenschaften eingegangen. Die in Abb. 2.3 dargestellte Bandstruktur von GaAs im  $k$ -Raum zeigt, dass das Leitungsband aus einem einzelnen Energieband besteht, während das Valenzband in drei Bänder aufgeteilt ist. Der Ursprung liegt in der Spin-Orbit Kopplung und des daraus resultierenden unterschiedlichen Gesamtdrehimpulses  $J$  der Ladungsträger, wobei das Leitungsband s-artigen ( $L = 0$ ) und das Valenzband p-artigen ( $L = 1$ ) Orbitalcharakter aufweist. Für den Gesamtdrehimpuls ergibt sich mit dem Band-Drehimpuls  $L$  und dem Spin  $S$ :

$$J = L \pm S. \quad (2.12)$$

## 2.1. Halbleiterelektronik

**Tabelle 2.1:** Bandlückenenergien  $E_{g,0}$ , Energien  $E_{so}$  des Spin-Orbit abgetrennten Bandes, effektive Elektronen-  $m_e^*$ , Schwerloch-  $m_{hh}^*$  und Leichtlochmassen  $m_{lh}^*$  in Einheiten der freien Elektronenmasse  $m_0$  sowie Gitterkonstante  $a$  für GaAs, InAs und AlAs bei einer Temperatur von  $T = 0\text{K}$  [8, 19–22].

	GaAs	InAs	AlAs
$E_{g,0}[\text{eV}]$	1,519	0,415	2,239
$\Delta E_{so}[\text{eV}]$	0,35	0,38	0,28
$m_e^*/m_0$	0,067	0,024	0,124
$m_{hh}^*/m_0$	0,55	0,36	0,81
$m_{lh}^*/m_0$	0,083	0,026	0,160
$a[\text{\AA}]$	5,563	6,058	5,661

Für Elektronen folgt dadurch  $J_e = \pm 1/2$  aufgrund des s-artigen Bahndrehimpulses und des Fermionen Spin-Charakters ( $S = 1/2$ ). Für Löcher im Valenzband mit  $L = 1$  und  $S = 1/2$  ergeben sich zwei mögliche Konfigurationen mit  $J_{lh} = \pm 1/2$  und  $J_{hh} = \pm 3/2$ . Aufgrund der geringeren effektiven Masse wird Ersterer als Leichtloch Zustand und Letzterer entsprechend als Schwerloch Zustand bezeichnet. Für diesen kann die Projektion des Band-Drehimpulses in z-Richtung die Werte  $m_z = \pm 3/2$  und  $m_z = \pm 1/2$  annehmen. In Arsenid-Halbleitern im besonderen ist das  $J = \pm 1/2$  gegenüber dem  $J = \pm 3/2$  Band mit einigen 100 mV aufgrund der Spin-Bahn Wechselwirkung zu kleineren Energien abgespalten (*split-off* Band).

GaAs ist ein Beispiel für einen direkten Halbleiter, da die Oberkante des Valenzbandes und die Unterkante des Leitungsbandes den selben  $\mathbf{k}$ -Wert ( $\Gamma$ -Punkt) aufweisen. Optische Übergänge, also ein direktes Anregen ins Leitungsband durch Absorption eines Photons, sind in diesem Falle sehr wahrscheinlich. Gleichwohl kann ein Elektronen-Loch Paar (Exziton, s. Kap. 2.3.1) sehr schnell unter Emission eines Photons  $E_g = h\nu$  rekombinieren. Sind diese beiden Punkte wie im Falle von Si gegeneinander verschoben (X-Punkt), ist für einen Übergang ein zusätzliches Phonon<sup>2</sup> notwendig. Da Photonen selbst lediglich einen verschwindend kleinen, relativistischen Impuls tragen, wird durch das beteiligte Phonon der entsprechende Impulsübertrag ( $\Delta k$ ) aufgebracht. Optische Übergänge sind folglich weniger wahrscheinlich und es wird von einem indirekten Halbleiter gesprochen.

### 2.1.1 Elektronische Transporteigenschaften

Nur Ladungsträger in nicht vollständig gefüllten Bändern können unter Anlegung eines elektrischen Feldes an einen Halbleiter zusätzliche kinetische Energie aufnehmen,

<sup>2</sup>Quasi-Teilchen der Gitterschwingungen des Kristalls.

energetisch höhere, freie Zustände besetzten und einen Stromfluss bewirken. Halbleiter bieten für elektronische Schaltungen die mit Abstand größte Anwendungsvielfalt, da ihre Leitfähigkeit durch Dotierung, Felder und Temperatur eingestellt werden kann. In Metallen liegt das Fermi-Niveau innerhalb eines Energiebandes, sodass immer freie Zustände existieren, wodurch sie im Allgemeinen immer leitend sind, sich gleichwohl aber nicht dynamisch in ihrer Leitfähigkeit wesentlich beeinflussen lassen.

Im Falle von Isolatoren und Halbleitern ist das Valenzband vollständig gefüllt. Damit freie Ladungsträger existieren können, müssen diese thermisch in das Leitungsband angeregt werden. Die Ladungsträgerdichte als Maß für die Leitfähigkeit, mit Elektronen im Leitungsband  $n_c$  und Löchern im Valenzband  $p_v$ , welche rein durch thermische Anregung entstanden sind ( $n_c = p_v$ ), wird als intrinsische Leitfähigkeit (Eigenleitung) bezeichnet. Sie hängt im Wesentlichen von der Bandlücke  $E_g$  und der Temperatur  $T$  ab. Es gilt für die thermisch angeregten Ladungsträger

$$n_i = 2 \cdot \left( \frac{k_B T}{2\pi\hbar} \right)^{3/2} \cdot (m_{e,dos}^* \cdot m_{h,dos}^*) \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}. \quad (2.13)$$

Mit den effektiven Zustandsdichtemassen für Elektronen und Löcher  $m_{e,dos}^*$  und  $m_{h,dos}^*$  wird das Krümmungsverhalten von Valenz- und Leitungsband berücksichtigt. Der Faktor 2 in der Exponentialfunktion rührt daher, dass mit jedem angeregten Elektron immer auch ein zusätzlicher Lochzustand entsteht (Löcherleitung). Unabhängig davon, ob es sich um einen Elementhalbleiter oder Verbundhalbleiter handelt, ist die intrinsische Leitfähigkeit meist zu gering für technische Anwendungen. Darüber hinaus ist sie, aufgrund mangelnder Reinheit, in der die Kristalle gezüchtet werden, nur schwer feststellbar bzw. wird von unintentionellen Störstellen dichtemäßig überdeckt<sup>3</sup>.

### Varshni-Formel

Die Temperatur des Materials hat allgemeine Auswirkungen auf die Bandlücke. Durch Erwärmung des Kristalls nimmt der mittlere Abstand der Gitteratome zu, wodurch sich das lokale Potential in welchem sich die Elektronen befinden verringert und die Bandlücke abnimmt. Der Zusammenhang zwischen Bandlücke  $E_g$  und Temperatur  $T$  wird nach empirischem Befund durch die Varshni-Formel [23] beschrieben

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}. \quad (2.14)$$

---

<sup>3</sup>Geringste Verunreinigungskonzentrationen, die in Halbleitern erreicht werden konnten, liegen bei Dichten von  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Die intrinsische Ladungsträgerdichte von Si liegt z. B. bei  $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ .

Zur Bestimmung der Konstanten kann beispielsweise eine Messkurve mittels Photolumineszenz<sup>4</sup> aufgenommen werden. Durch eine Funktionsanpassung der Messpunkte mit Gl. 2.14 erhält man anschließend die entsprechenden Werte, wobei  $\beta$  ungefähr der Debye Temperatur<sup>5</sup> entspricht. Für Si gilt  $E_g(0) = 1,170 \text{ eV}$ ,  $\alpha = 4,73 \cdot 10^{-4} \text{ eV/K}$  und  $\beta = 636 \text{ K}$ . Bei GaAs erhält man  $E_g(0) = 1,515 \text{ eV}$ ,  $\alpha = 5,405 \cdot 10^{-4} \text{ eV/K}$  und  $\beta = 204 \text{ K}$  [25]. Neben der Temperatur hat der äußere Druck ebenfalls Einfluss auf die Bandlücke. Diese nimmt nach experimentellem Befund unter Druckerhöhung für Si ab und für GaAs zu. Änderungen in der Größenordnung vergleichbar zur Temperatur treten jedoch erst in Bereichen von GPa auf, sodass die Druckabhängigkeit sowohl im technischen als auch im Forschungsbereich gegenüber der Temperaturabhängigkeit vernachlässigt werden kann.

### Dotierung

Um die Anzahl an angeregten Ladungsträgern in einem Halbleiter zu erhöhen, beziehungsweise die Leitfähigkeit gezielt zu manipulieren, werden zusätzliche Energieniveaus durch kontrolliertes Einbringen von Verunreinigungen geschaffen. Durch die Dotierung kann mittels Substitution der Gitteratome mit anderen Elementen das Fermi-Niveau in der daraus entstandenen Legierung signifikant verschoben werden. Wird im Falle von Si (4 Valenzelektronen) ein höherwertiges Element in die Kristallstruktur eingebracht, sog. n-Dotierung mit typischerweise<sup>6</sup> Phosphor, Arsen oder Antimon (5 Valenzelektronen), so verbleibt ein Elektron des Donatoratoms schwach gebunden, da es keine kovalente Bindung eingehen kann. Die Anregungsenergie (Energiedifferenz zwischen Donator-Niveau  $E_d$  und Leitungsbandkante  $E_c$ ) liegt dabei im Bereich der thermischen Energie der Elektronen bei Raumtemperatur ( $k_B T_{300\text{K}} \approx 25 \text{ meV}$ ) und das Quasi-Fermi-Niveau  $E_{F,n}$  entsprechend knapp unter dem Leitungsband zwischen Leitungsbandkante und Donator-Niveau. Im umgekehrten Fall, durch Einbringen eines dreiwertigen Elements wie Bohr, Aluminium, Gallium oder Indium - als p-Dotierung bezeichnet - können diese Atome (Akzeptoren) nicht vollständig durch Kovalente Bindungen des vierwertigen Si abgesättigt werden. Das Elektronen aufnehmende Akzeptorniveau  $E_a$  liegt dabei in Reichweite thermischer Anregung der Elektronen über der Valenzbandkante und das Quasi-Fermi-Niveau  $E_{F,p}$  dazwischen. Bei Raumtemperatur werden in der Regel alle Akzeptoren durch ein zusätzliches Elektron aus dem Valenzband abgesättigt, wodurch freie Zustände in Form von Löchern im Valenzband entstehen. Die schematische Darstellung der Energieniveaus von p- und n-dotierten

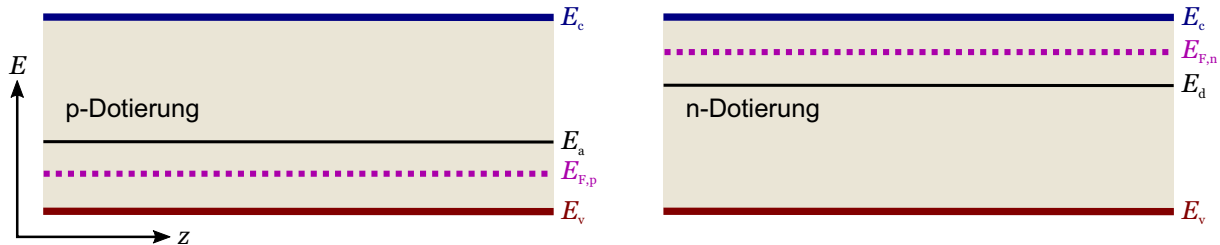
---

<sup>4</sup>Optisches Anregen von Elektronen ins Leitungsband. Anschließendes Messen der Strahlungsemission nach Rekombination des Elektrons von der Leitungs- zur Valenzbandkante ( $E_g = h\nu$ ).

<sup>5</sup>Die Debye-Temperatur  $\Theta_D$  entspricht der Temperatur, bei der gerade alle Schwingungsmoden im Kristall angeregt sind. Darunter spricht man von einem Einfrieren der Freiheitsgrade [24].

<sup>6</sup>Diese Elemente werden im Allgemeinen großindustriell zur Dotierung von Si verwendet.

Halbleitern ist in Abb. 2.4 dargestellt. Zu beachten ist, dass die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Proben bestehend aus GaAs und AlGaAs Schichten mittels Si dotiert wurden. Dieses hat amphoteren Charakter und wirkt in der verwendeten Konzentration n-dotierend.



**Abbildung 2.4:** Bandstruktur bei einem p- und n-dotierten Halbleiter mit entsprechenden Quasi-Fermi-Niveaus  $E_{F,p/n}$ . Die gestrichelten Linien zeigen das Akzeptor-  $E_a$  (links) und Donatorkniveau  $E_d$  (rechts) für den Fall geringer Dotierung. Bei ausreichend hoher Dotierstoffkonzentration verbreitern diese diskreten Niveaus und es bildet sich ein Subband aus. Reicht das Zustandskontinuum bis in das Valenz- bzw. Leitungsband wird von Entartung gesprochen.

Bei leichter Dotierung entsprechen die Dotierniveaus scharfen Linien im Bändermodell, mit zunehmender Dotierstoffkonzentration bilden sich jedoch Subbänder aus, die bei ausreichend großer Ausdehnung mit dem Leitungs- bzw. Valenzband verschmelzen. Dadurch liegt die Fermi-Energie innerhalb eines Bandes, wodurch ein metallischer Charakter entsteht, was als Entartung bezeichnet wird.

In dotierten Halbleitern wird zwischen Majoritäts- und Minoritätsladungsträgern unterschieden. Dabei werden in einem n-dotierten Halbleiter Elektronen, da diese den Stromfluss bestimmen, als Majoritätsladungsträger bezeichnet, Löcher hingegen als Minoritätsladungsträger. In p-dotierten Halbleitern ist die Situation aufgrund der Löcherleitung umgekehrt.

### 2.1.2 Elektrische Leitfähigkeit

Die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  hängt neben der temperaturabhängigen Anzahl an Ladungsträgern, wobei Elektronen  $n_e$  und Löcher  $n_h$  gleichsam beitragen, ebenso von der ihrer Beweglichkeit  $\mu$  ab. Diese ist ebenfalls temperaturabhängig, aber für Elektronen und Löcher aufgrund der unterschiedlichen effektiven Massen stark unterschiedlich. Für die elektrische Stromdichte  $\mathbf{J}_q$  in Anwesenheit eines elektrischen Feldes  $\mathbf{E}$  gilt

$$\mathbf{J}_q = e \cdot (n_e \mu_e + n_h \mu_h) \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}. \quad (2.15)$$

Die Beweglichkeit  $\mu_e$  und  $\mu_h$  von Elektronen und Löchern ergibt sich aus den Mittelwerten der Elektronen- und Löcher-Beweglichkeit aller im Leitungs- bzw. Valenzband besetzter Zustände. Diese lassen sich wie folgt berechnen, hier am Beispiel für Elektro-

nen:

$$\mu_e = \frac{e}{m^*} \cdot \frac{\langle \tau(\mathbf{k}) \cdot v^2 \cdot (\mathbf{k}) \rangle}{\langle v^2(\mathbf{k}) \rangle}. \quad (2.16)$$

Dabei entspricht  $v(\mathbf{k})$  der Elektronengeschwindigkeit im entsprechenden  $\mathbf{k}$ -Zustand und  $\tau(\mathbf{k})$  der Relaxationszeit. Aus der Boltzmann-Transport Gl. ergibt sich nach einigen Vereinfachungen eine Proportionalität der Beweglichkeit zu einer mittleren Relaxationszeit  $\tau$ , sodass gilt

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m^*} \quad \text{und} \quad \mu_h = \frac{e\tau_h}{m^*}, \quad (2.17)$$

was gleichzeitig auch der Streuzeit-Ansatz der Transporttheorie von Paul Drude ist. Mit der Zeit zwischen zwei Streueignissen und der mittleren Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$  der Elektronen bzw. Löcher und unter Benutzung des thermischen Mittelwerts aller Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband, erhält man für die mittlere freie Weglänge

$$l = \langle v \rangle \cdot \tau. \quad (2.18)$$

Die thermische Besetzung der Elektronen bzw. Löcher kann für nicht entartete Halbleiter durch die Boltzmann-Statistik angenähert werden, sodass gilt

$$\langle v \rangle \propto \sqrt{T}. \quad (2.19)$$

Die Temperatur ist damit maßgeblich für die Beweglichkeit von Elektronen und Löchern verantwortlich. Anhand dieser Abhängigkeit kann zwischen Streuung an Phononen<sup>7</sup> (Kristallgitter) und an Störstellen (Ionisierte Dotieratome und ungewollte Verunreinigungen) unterschieden werden.

### Streumechanismen

Qualitativ verhalten sich Elektronen und Löcher bei der Betrachtung der Streumechanismen gleich, sodass die Berechnung im Folgenden lediglich für Elektronen beschrieben wird.

Für die Relaxationszeit ist der Streuquerschnitt  $\sigma$  für Elektronen und Löcher an einem Streuzentrum und der thermische Mittelwert der Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$  der Elektronen bzw. Löcher im unteren Leitungsband bzw. im oberen Valenzband von Bedeutung. Es ergibt sich dafür aus Gl. (2.18) die Abhängigkeit

$$\frac{1}{\tau} \propto \langle v \rangle \cdot \sigma. \quad (2.20)$$

---

<sup>7</sup>Transversale und Logitudinale Schwingungsmoden des Kristallgitters, s. Kap. 2.2.3.

Für die Streuung an akustischen Phononen gilt für den Streuquerschnitt bei  $T \gg \Theta_D$

$$\sigma_{\text{ph}} \propto T. \quad (2.21)$$

Mit Gl. (2.19) und (2.20) folgt somit für die Beweglichkeit unter Phononenstreuung

$$\mu_{\text{ph}} \propto T^{-3/2}. \quad (2.22)$$

In qualitativer Analogie zu Metallen nimmt die Beweglichkeit mit steigender Temperatur aufgrund größerer Schwingungsamplituden des Gitters ab. Ungeladene Verunreinigungen und allgemeine Strukturfehler des Kristalls tragen darüber hinaus zur Streuung bei, da diese die Periodizität des Gitters stören können. Geladene Verunreinigungen wirken durch ihre elektrostatische Wechselwirkung ebenfalls als Streuzentren. Dies fällt bei dotierten Halbleitern aufgrund der absichtlich ins Gitter eingebrachten hohen Dichte an ionisierten Donatoren oder Akzeptoren besonders stark ins Gewicht. Durch Si Dotierung in AlGaAs entstehen sog. Donator Komplexe (DX)<sup>8</sup>, welche neben ihrer Wirkung als elektrostatisches und physisches Streuzentrum mit Licht wechselwirken. Die temperaturabhängige, temporäre Absättigung dieser wird in Kap. 2.2.1 im Rahmen der Beschreibung des persistenten Photoeffekts ausführlicher erläutert.

### 2.1.3 Ohmscher- und Schottky-Kontakt

Damit ein Halbleiterbauelement in einen Stromkreis eingebunden werden kann, erfordert es einer Kontaktierung zwischen Halbleiter und metallischem Leiter. Unterschieden wird dabei zwischen Ohmschen- und Schottky-Kontakten, wobei beide aus in Kontakt stehenden Schichten zwischen Metall und Halbleiter bestehen. Durch den Kontakt entsteht ein Ladungsaustausch, wobei in den meisten Fällen die Austrittsarbeit des Metalls  $Q \cdot \varphi_B$  größer ist als die Elektronenaffinität des Halbleiters  $Q \cdot \chi$ . In diesem Fall diffundieren Elektronen aus dem Halbleiter in das Metall, wodurch sich die Fermi-Energie im thermischen Gleichgewicht angleicht, was im Elektronen-Bändermodell zu einer Energieerhöhung im Metall führt<sup>9</sup>. Es resultiert ein Potentialanstieg (Schottky-Barriere) und eine Raumladungszone an der Grenzfläche der Materialien. In dieser Arbeit wird für Schottky-Kontakte Gold (Au) auf GaAs Grenzflächen verwendet (Kap. 3.2), mit einer Barrierenhöhe von 1,03 eV[27].

Zu berücksichtigen ist, dass sich an der Oberfläche einer Halbleiterschicht nicht

---

<sup>8</sup>Tiefe Störstellen, welche asymmetrisch ins Gitter eingebettet werden [26].

<sup>9</sup>In welche Schicht die Elektronen bzw. Löcher diffundieren, hängt von der Elektronenaffinität und Austrittsarbeit der beteiligten Materialien ab.



abgesättigte Bindungen (Oberflächenzustände) und meist eine obere Oxidschicht befinden [28, 29]. An der Grenzfläche von GaAs zu Luft (Vakuum) entstehen dadurch ortsgebundene Energieniveaus im Bereich der Energielücke, die durch Ladungsträger aus dem Inneren des Halbleiters besetzt werden. Durch die daraus resultierende hohe Zustandsdichte an der Oberfläche wird die Fermi-Energie unabhängig von der Austrittsarbeit des aufgebrachtten Metalls relativ mittig zwischen den Bändern festgehalten. Dies wird als Fermi-*pinning* bezeichnet und die resultierende Schottky-Barriere beträgt etwa die Hälfte der Bandlückenenergie.

Da die Weite der Raumladungszone umgekehrt proportional zur Wurzel der Dotierkonzentration ist, kann durch hohe Dotierung auf der Halbleiterseite erreicht werden, dass diese sehr klein wird und vernachlässigt werden kann. Dadurch verhält sich der Metall-Halbleiter-Übergang wie ein Ohmscher Widerstand, der eine lineare Strom-Spannungs-Charakteristik aufweist. Erst durch diesen sog. Ohmschen-Kontakt können Halbleiterchips in Stromkreise mit metallischen Leitern eingebunden werden.

## 2.2 Halbleiter-Heterostrukturen

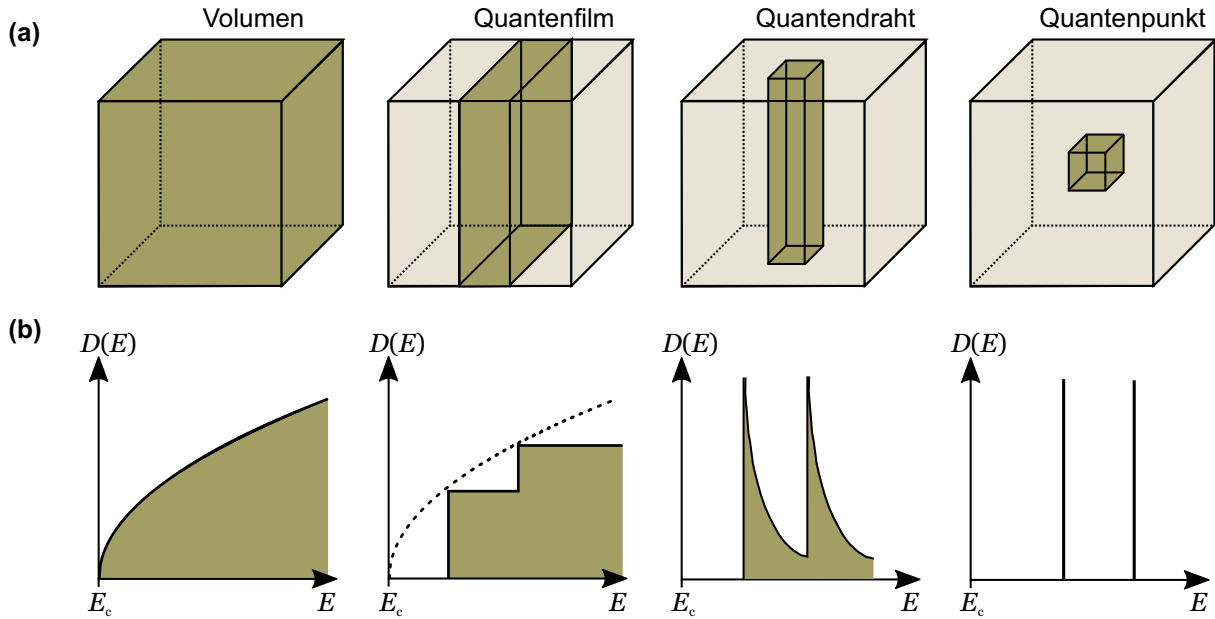
Als Halbleiterheterostruktur bezeichnet man die Kombination von mindestens zwei verschiedenen Halbleitermaterialien, die meist epitaktisch oder chemisch aufeinander aufgebaut werden. Die technische und physikalische Beschreibung des Herstellungsprozesses der im Folgenden gezeigten niederdimensionalen, quantenmechanischen Systeme werden in Kap. 3.1 ausführlich erklärt.

Durch unterschiedlich große Bandlücken der Materialien, was zu Diskontinuitäten der Bandverläufe an ihren Grenzen (Heteroübergänge) führt, lassen sich Potential-einschlüsse in ein, zwei und drei Dimensionen formen. Liegt die Dimensionierung des Einschlusses im Bereich der für die Ladungsträger charakteristischen De-Broglie-Wellenlänge

$$\lambda_{\text{DB}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{3m^*k_{\text{B}}T}, \quad (2.23)$$

quantisiert die Zustandsdichte  $D(E)$  aufgrund der Randbedingungen an den Potentialwänden in den entsprechenden Raumrichtungen [30]. Die energieabhängigen Zustandsdichten für die Quantisierung im zwei-, ein- und nulldimensionalen Fall sind in Abb. 2.5 grafisch dargestellt und werden wie folgt beschrieben:

## 2.2. Halbleiter-Heterostrukturen



**Abbildung 2.5:** (a) Schematische Darstellung von Ladungsträger-Potentialeinschlüssen in Halbleitern beginnend von links für dreidimensionale Volumina, zweidimensionale Quantenfilme, eindimensionale Quantendrähte und nulldimensionale Quantenpunkte [31]. (b) Die Zustandsdichte der Elektronen  $D(E)$  aufgetragen gegen die Energie  $E$ . Aufgrund des Einschlusses findet eine Quantisierung in den entsprechenden Raumrichtungen statt, welche dem Parameter  $n$  folgt.

$$\text{2d - Quantenfilm: } D(E) \propto \sum_n \Theta(E - E_n) \text{ mit der Heaviside-Funkt. } \Theta(x), \quad (2.24)$$

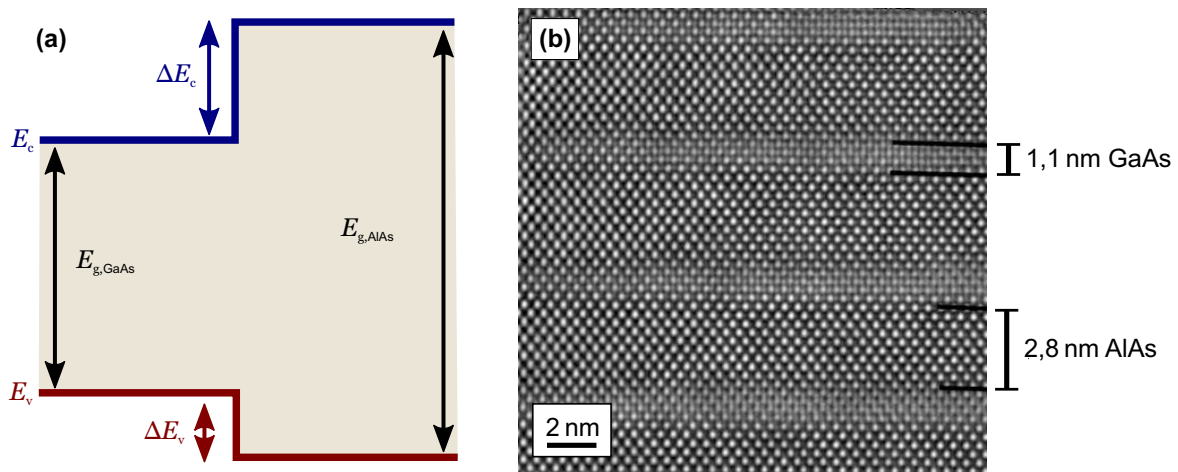
$$\text{1d - Quantendraht: } D(E) \propto \sum_n \frac{1}{\sqrt{E - E_n}}, \quad (2.25)$$

$$\text{0d - Quantenpunkt: } D(E) \propto \sum_n \delta(E - E_n) \text{ mit der Delta-Funkt. } \delta(x). \quad (2.26)$$

Während für nicht eingeschlossene Schichten die Zustandsdichte nach Gl. 2.6 eine kontinuierliche Funktion der Energie ist, teilt sie sich unter Einschluss in eine oder mehrere Raumrichtungen in Subbänder bzw. Niveaus auf. In den folgenden Kapiteln wird ausführlicher auf den Einschluss und die Energiestruktur von zweidimensionalen Quantenfilmen (Elektronen- und Löchergase) und nulldimensionalen Quantenpunkten eingegangen.

Zu den am intensivsten untersuchten Systemen zählt der GaAs/AlAs Übergang, da beide Halbleiter bei deutlich verschiedener Bandlücke fast dieselbe Gitterkonstante aufweisen, schematisch dargestellt in Abb. 2.6. GaAs ist mit seiner kleineren Bandlücke (Tab. 2.1) vollständig von AlAs mit seiner größeren Bandlücke umschlossen. Es handelt sich um eine Typ 1 Bandanpassung, da die Bandlückendifferenz  $\Delta E_g = E_{g,\text{AlAs}} - E_{g,\text{GaAs}}$

gleichsam um einen Bandversatz im Valenz- ( $\Delta E_v$ ) und Leitungsband ( $\Delta E_c$ ) aufgeteilt ist. Für den Heteroübergang zwischen GaAs/InAs wird ebenfalls diese Art von



**Abbildung 2.6:** (a) Valenz- ( $E_v$ ) und Leitungsbandanpassung ( $E_c$ ) am Übergang zwischen GaAs und AlAs [32]. (b) Atomar aufgelöste Aufnahme einer mehrlagigen Heterostruktur von GaAs/AlAs mittels eines Elektronenmikroskops [33].

gleichmäßiger Anpassung beobachtet, wobei diesmal InAs die kleinere Bandlücke aufweist. Aufgrund dieses Übergangsverhaltens zwischen Halbleitern unterschiedlicher Bandlücke, bietet ein solches Materialsystem die Möglichkeit, gleichsam Einschlusspotentiale für Elektronen im Leitungsband sowie Löcher im Valenzband zu schaffen. Darauf aufbauend können durch den gezielten Einschluss von einzelnen Ladungsträgern quantenmechanische Effekte untersucht werden.

### 2.2.1 Zweidimensionale Elektronen- und Löchergase

Es bestehen zwei Möglichkeiten ein sog. Zweidimensionales Elektronengas (2DEG) zu erhalten. Zum einen kann ein Quantenfilm hergestellt werden, indem eine Halbleiterschicht kleiner Bandlücke zwischen zwei Halbleitern größerer Bandlücke eingebracht wird, zum anderen kann mittels Modulationsdotierung und einer passenden Halbleiter-Heterostruktur ein hochbeweglicher Ladungsträger einschluss erreicht werden [vgl. Abb. 2.8(a)]. Für eine hohe Beweglichkeit wird dafür im entsprechenden Materialsystem beginnend auf GaAs ein sog. *spacer* aus  $Al_xGa_{1-x}As$  aufgebracht, gefolgt von einer n-dotierten (p-dotierten) Schicht desselben Materials. Aufgrund des Bandlückenunterschieds zwischen GaAs und AlGaAs diffundieren Elektronen (Löcher) aus dem dotierten Bereich durch den *spacer* und finden im GaAs Ladungszustände auf geringeren Energieniveaus. Es bildet sich eine näherungsweise dreieckige Potentialtasche, welche in der Ausdehnung klein genug ist, um ein 2DEG bzw. Zweidimensionales Löchergas (2DHG) zu ermöglichen. Räumlich getrennt von den Dotieratomen weist diese Schicht aufgrund der verringerten Streuung an den ionisierten Störstellen (Kap. 2.1.2)

im Allgemeinen eine deutlich erhöhte Beweglichkeit beim Stromtransport auf. In der Einzel-Elektronen Näherung lautet der Hamiltonian für einen rechteckigen Einschluss in  $z$ -Richtung und einer unendlichen Potentialhöhe bei  $z = 0$  nach [34]:

$$H = \frac{\hbar}{2m_e^*} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U(z) \quad (2.27)$$

wobei das Potential  $U(z)$  in  $z$ -Richtung definiert ist als

$$U(z) = \begin{cases} +\infty & \text{für } z \leq 0 \\ qFz & \text{für } z > 0. \end{cases} \quad (2.28)$$

Das Potentialgefälle innerhalb des rechteckigen Einschlusses kann mit einer elektrischen Kraft  $qF$  des Feldes  $F$  auf eine Ladung  $q$  gleichgesetzt werden. Die Eigenzustände  $|\psi(z)\rangle$  in einem gekippten Potential werden nach [34] durch die Airy Funktion  $\text{Ai}[x] = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(xt+t^3)} dt$  beschrieben:

$$|\psi(z)\rangle = A \cdot \text{Ai} \left[ \left( \frac{2m_e^*}{\hbar^2 q^2 F^2} \right)^{\frac{1}{3}} (qFz - E_n^{(z)}) \right] \quad (2.29)$$

wobei  $A$  einer Normalisierungskonstanten entspricht. Die Energieeigenwerte  $E_n^{(z)}$  des Hamiltonians in Gl. 2.27 können mit der Randbedingung  $|\psi(z=0)\rangle = 0$  berechnet werden zu

$$E_n^{(z)} = - \left( \frac{q^2 F^2 \hbar^2}{2m_e^*} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot a_n \quad (2.30)$$

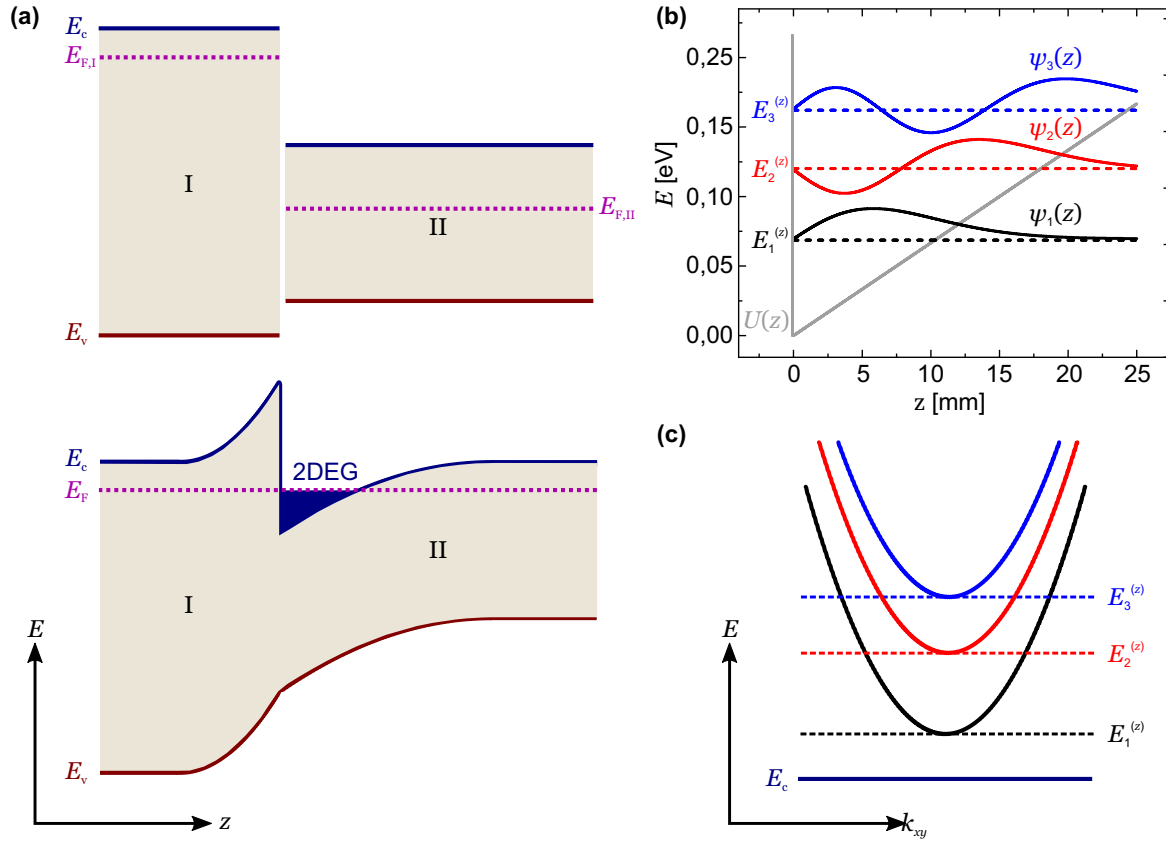
mit  $n$ -ten 0 der Airy Funktion  $a_n$ . Gl. 2.30(b) zeigt, dass das Energiespektrum des 2DEGs in der dreieckigen Potentialtasche aufgrund des Einschlusses in  $z$ -Richtung quantisiert ist. Die Energieeigenwerte und die entsprechenden Wellenfunktionen sind in Abb. 2.8(b) graphisch dargestellt. Zu beachten ist, dass die Potenzialbarriere eines 2DEGs in einer Halbleiter-Heterostruktur bei  $z = 0$  einen endlichen Wert behält. Dementsprechend ist der Einschluss weniger stark, als nach Gl. 2.30 angenommen, was ein geringeres Aufspalten der Subbänder zur Folge hat.

In einem realen 2DEG ist die laterale Bewegung eines Elektrons in der  $(x, y)$ -Ebene nicht beschränkt, sodass sie Ebenen Wellen folgt und sich die vollständigen Wellenfunktionen ergibt zu:

$$|\psi_{2\text{DEG}}\rangle = e^{i(k_x x + k_y y)} \cdot |\psi_n(z)\rangle. \quad (2.31)$$

Die laterale Bewegung wird entsprechend wie nach Gl. 2.11 durch eine quasi freie Elektronendispersion beschrieben. Die vollständigen Energieeigenwerte  $E_n$  des Systems

## 2.2. Halbleiter-Heterostrukturen



**Abbildung 2.7:** (a) Oben: Schematische Bandstruktur in  $z$ -Richtung am Halbleiterheteroübergang eines Materials I großer Bandlücke und hoher Fermi-Energie  $E_{f,I}$  und eines Materials kleiner Bandlücke mit entsprechend kleiner Fermi-Energie  $E_{f,II}$ . Unten: Im thermischen Gleichgewicht ( $E_f(z) = \text{const.}$ ) führt der durch Diffusion getriebene Ladungsausgleich am Übergang zur Ausbildung einer dreieckigen Potentialtasche (basierend auf [8]). Wenn die Fermi-Energie dabei innerhalb des Leitungsbandes liegt, formt sich ein 2DEG aus. (b) Die ersten drei nach Gl. 2.30 berechneten Energieeigenwerte  $E_n^{(z)}$  für einen realistischen Potentialanstieg  $qF = 66 \text{ meV/nm}$  und die dazugehörigen Wellenfunktionen  $\psi(z)$  in  $z$ -Richtung. (c) Schematische Illustration der ersten drei Subbänder des 2DEG und ihre parabolische Dispersion als Funktion der lateralen Wellenzahl  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ .

sind gegeben durch

$$E_n = E_n^{(z)} + E^{(x,y)} = E_c + E_n^{(z)} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_e^*}. \quad (2.32)$$

Die Energiewerte des 2DEGs sind in Subbänder aufgeteilt mit einer kontinuierlichen parabolischen Energiedispersion in der  $(x,y)$ -Ebene. Die Energien der Unterkante eines jeden Subbandes sind durch in  $z$ -Richtung quantisierte Eigenwerte gegeben [s. Abb. 2.8(c)].

Die Zustandsdichte der Elektronen  $D(E)$  in einem Volumen für eine kontinuierliche

Energiedispersion  $E(\mathbf{k})$  nach [35] ist definiert als:

$$D(E) = \frac{2}{(2\pi)^d} \cdot \int \delta(E - E(\mathbf{k})) d^d k, \quad (2.33)$$

wobei der Faktor 2 von der Spinartung herrührt und  $d$  der Anzahl an Dimensionen des Systems entspricht. Für ein 2DEG mit  $d = 2$  ergibt sich mit den Subbänder in  $z$ -Richtung nach Gl. 2.33 [8]:

$$D(E) = \frac{m_e^*}{\pi \hbar^2 L_z} \cdot \sum_n \Theta(E - E_n^{(z)}) \quad (2.34)$$

$$= \sum_{E_n < E} D_{sb} \quad (2.35)$$

mit der charakteristischen Einschlusslänge in  $z$ -Richtung  $L_z$ . Folglich ist die Zustandsdichte  $D_{sb} = m_e^* / \pi \hbar^2 L_z$  des 2DEGs in jedem Subband konstant als Funktion der Elektronenenergie  $E$ . Es ist dabei zu beachten, dass die im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Messungen typischerweise bei kryogenen Temperaturen mit  $T = 4,2$  K aufgenommen wurden. Mit einer Subbandaufspaltung von 50 meV und einer entsprechenden thermischen Energie von  $E_{th} \approx 0,3$  meV ist dabei nur das erste Subband bevölkert.

Ein 2DEG ist meist Teil eines Transistors - eng. *high electron mobility transistor* (HEMT) im Falle von  $n$ -Dotierung, wobei die Leitfähigkeit des Kanals über den Feldeffekt durch ein darüber gelegenes *gate* beeinflusst wird. Durch eine entsprechende Spannung an diesem und der daraus resultierenden erhöhten Ladungsträgermenge im Kanal können auch höhere Subbänder bevölkert werden. Aufgrund der Quantisierung der Zustandsdichte nach Gl. 2.33 führt dies zu Sprüngen im Schichtwiderstand bzw. der Leitfähigkeit.

### Persistenter Photoeffekt

Wie im vorigen Kapitel beschrieben, wird zur Herstellung eines 2DEGs in einem Halbleiter-Heteroübergang eine Modulationsdotierung in  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  gebraucht. Dabei können Störstellen im  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  DX-Zentren bilden [36, 37]. Diese elektrostatischen Störstellen sind in der Bandlücke lokalisiert mit typischen Bindungsenergien von etwa 210 meV unter der Leitungsbandkante bei einer Aluminiumkonzentration von  $x = 33\%$ . Daraus folgt, dass die DX-Zentren bei den verwendeten kryogenen Temperaturen nicht thermisch ionisiert werden können. Stattdessen kann unter Verwendung von optischer Anregung eine Ionisierung unter Abgabe von Elektronen in das Leitungsband erreicht werden. Diese Elektronen reichern die Ladungsträgerdichte im 2DEG an und erhöhen dadurch die Leitfähigkeit. Bei ausreichender Anzahl an Ladungsträgern

kann dies darüber hinaus zur Beladung eines höheren Subbandes im 2DEG führen. Bei den angesprochenen tiefen Temperaturen ist die erneute Absättigung der DX-Zentren sehr langsam, sodass die Ladungsträgerdichte im Leitungsband bzw. im 2DEG über Tage persistent erhöht bleibt [36].

### 2.2.2 Nulldimensionale Elektronen- und Löchersysteme

Durch vollständigen, dreidimensionalen Einschluss eines Materials kleinerer Bandlücke in einem Material größerer Bandlücke entstehen in dem resultierenden nulldimensionalen System diskrete Energieniveaus. Aus diesem Grund wird ein solches Objekt Quantenpunkt - eng. *quantum dot* (QD) oder auch künstliches Atom genannt.

Als Plattform für Quantencomputer bieten elektrostatische QDs, eingebettet in eine GaAs-Matrix oder Si gegenwärtig die wohl vielversprechendsten Voraussetzungen [38–41]. Die in dieser Arbeit verwandten selbstorganisierten InAs-QDs weisen hingegen die besten Eigenschaften als Quelle für Einzelphotonen auf [42–44].

Die QDs selbst sind linsenförmige InAs-Inseln, eingebettet in einer GaAs-Matrix. Die Grundzustandsenergie ist invers proportional zur Dicke der InAs-Inseln, sodass das Einschlusspotential  $U(x, y)$  in lateraler Richtung variiert. In erster Näherung lässt sich dieses gut durch einen zweidimensionalen, harmonischen Oszillator [45] beschreiben, gemäß:

$$U(x, y) = \frac{m^*}{2} \cdot (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2) \quad (2.36)$$

mit der entsprechenden effektiven Masse  $m^*$  der Ladungsträger sowie der Oszillatorfrequenz  $\omega_x$  und  $\omega_y$ . Die unterschiedlichen Frequenzen in  $x$ - und  $y$ -Richtung tragen der unterschiedlichen Ausdehnung aufgrund von Verformungen des QDs Rechnung. In adiabatischer Näherung kann die Wellenfunktion in  $z$ - und in  $(x, y)$ -Richtung separiert werden, sodass gilt:

$$|\psi(x, y, z)\rangle = |\psi(x, y)\rangle \cdot |\psi(z)\rangle. \quad (2.37)$$

Da die in dieser Arbeit untersuchten QDs eine deutlich geringere Höhe im Vergleich zu ihrer lateralen Ausdehnung haben, ist der Einschluss in  $z$ -Richtung entsprechend groß. Aus diesem Grund wird in dieser Richtung lediglich ein gebundener Zustand erreicht [45, 46], sodass mit der Wellenfunktion nach Gl. 2.37 eingesetzt in die SG folgt:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + U(x, y) \right) |\psi(x, y)\rangle = E |\psi(x, y)\rangle. \quad (2.38)$$

## 2.2. Halbleiter-Heterostrukturen

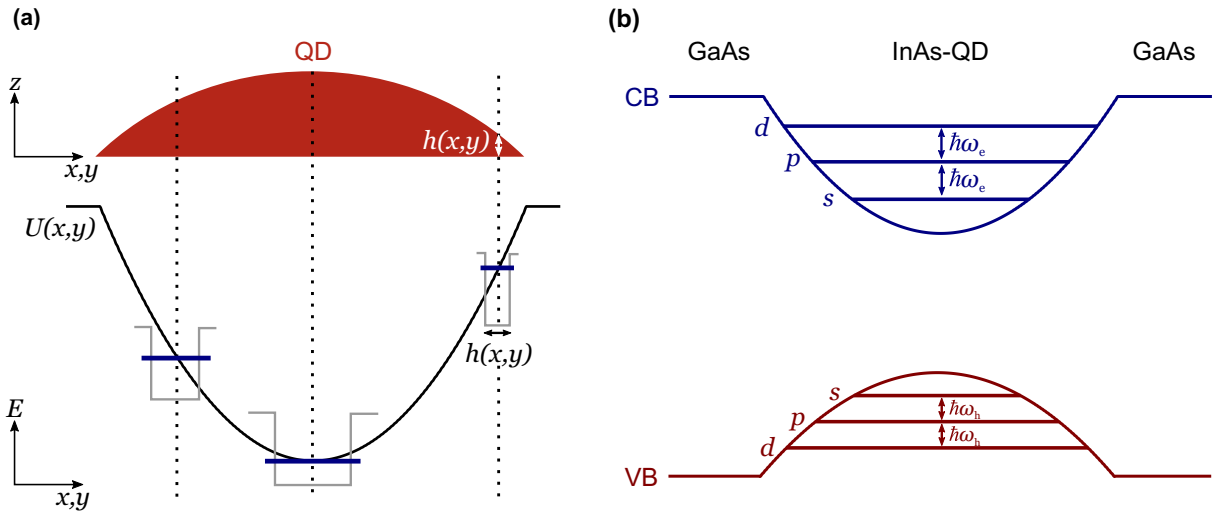
Als Lösung ergeben sich die Eigenwerte des zweidimensionalen quantenmechanischen harmonischen Oszillators gemäß [47]:

$$|\psi_{n(x,y)}(x,y)\rangle = H_{n(x,y)} \cdot e^{-\frac{x^2}{2l_{0,x}^2} - \frac{y^2}{2l_{0,y}^2}} \quad (2.39)$$

mit der charakteristischen Ausdehnung der Wellenfunktion  $l_{0,x/y} = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_{x/y})}$  und dem zweidimensionalen hermetischen Polynom [48]:

$$H_{n(x,y)} = (-1)^{n_x+n_y} \cdot e^{\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot \frac{\partial^{n_x+n_y}}{\partial^{n_x} x \partial^{n_y} y} \cdot \left( e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} \right). \quad (2.40)$$

Die Wellenfunktion des QDs im Impulsraum in lateraler Richtung kann über die



**Abbildung 2.8:** (a) Parabolisches Modell des lateralen Einschlusses eines linsenförmigen QDs (basierend auf [46]). Das Potential  $U(x,y)$  in lateraler Richtung wird durch die Länge des zweidimensionalen Einschlusses in z-Richtung bestimmt, gegeben durch das laterale Höhenprofil  $h(x,y)$  des QDs. (b) Schematische Struktur der Quantisierungsenergien für Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband eines InAs-QDs, eingebettet in einer GaAs-Matrix (basierend auf [27]). Zusätzlich eingezeichnet sind die ersten drei Energiebänder (s,p,d) mit den äquidistanten Abständen  $\hbar\omega_e$  und  $\hbar\omega_h$ .

Fourier-Transformation von Gl. 2.39 erhalten werden zu:

$$E_{n_x, n_y} = \hbar\omega_x \cdot \left( \frac{1}{2} + n_x \right) + \hbar\omega_y \cdot \left( \frac{1}{2} + n_y \right), \quad (2.41)$$

mit den Hauptquantenzahlen  $n_x$  und  $n_y$  in lateraler Richtung. Für den Fall, dass die laterale Verformung des QDs vernachlässigbar ist und ein symmetrischer QD angenommen wird, vereinfachen sich die Quantisierungsenergien mit  $\omega_x = \omega_y = \omega$  zu:

$$E_N = \hbar\omega \cdot (1 + N) \quad (2.42)$$



mit  $N = n_x + n_y$ . Gl. 2.42 zeigt, dass die Energieabstände eines zweidimensionalen, quantenmechanischen harmonischen Oszillator äquidistant sind. Die Abstände, welche sich für InAs-QDs ergeben sind typischerweise in der Größenordnung von  $\hbar\omega_e = 50$  meV für Elektronen und  $\hbar\omega_h = 25$  meV für Löcher [45, 49]. In Analogie zum Schalenmodell in der Atomphysik werden die Quantisierungsenergien in QDs mit s-, p- und d-Orbitalen bezeichnet. Das s-Orbital mit  $N = 0$  und einer lateralen Drehimpulsquantenzahl von  $l = 0$  ist zweifach entartet aufgrund des Elektronenspins. Das p-Orbital mit  $N = 1$  ist dahingegen aufgrund der zusätzlichen zwei Konfigurationen der Drehimpulsquantenzahl ( $l = \pm 1$ ) vierfach entartet. Darauf aufbauend gilt für die Anzahl an Zuständen in einem QD mit Hauptquantenzahl  $N$  für die jeweiligen Quantisierungsenergien  $2(N + 1)$ .

### 2.2.3 Phononen

Bis hierhin wurde lediglich auf die elektronischen Eigenschaften von Kristallgittern eingegangen. Phononen wurden bereits im Rahmen der Streumechanismen erwähnt, sie sind jedoch ebenfalls im Hinblick auf Wechselwirkung mit Ladungsträgereinschlüssen zu betrachten. In QDs haben sie sowohl auf elektronische, als auch auf optische Spektroskopiemethoden einen Einfluss.

Kollektive Wärme getriebene Gitterschwingungen in kondensierter Materie wird allgemein durch Quasi-Teilchen mit bosonischem Charakter beschrieben, sog. Phononen. In der harmonischen Näherung für das Wechselwirkungspotential zwischen Gitteratomen werden Phononenmoden durch einen quantenmechanischen harmonischen Oszillator mit Eigenfrequenz  $\omega$  beschrieben [11].

Bedingt durch die Gitterstruktur und die atomare Komposition kann ein Kristallgitter in unterschiedlichsten Schwingungsmoden verschiedener Eigenfrequenzen [8] angeregt werden: Akustische Phononen repräsentieren Gitterschwingungen, bei denen die Atome phasentreu oszillieren, vergleichbar mit akustischen Schallwellen. Während die exakte Form der Dispersionsrelation  $\omega(\mathbf{q})$  mit dem Phononenvektor  $\mathbf{q}$  nur durch eine Berechnung an den Gitterschwingungen erhalten werden kann, weisen akustische Phononen um  $\mathbf{q} = 0$  generell eine Dispersionsrelation der Form

$$\omega_A(\mathbf{q}) = v_A |\mathbf{q}| \quad (2.43)$$

auf mit der Schallgeschwindigkeit  $v_A$  des Materials. In einem Kristallgitter mit einer zweiatomigen Basis können darüber hinaus Gitterschwingungen mit gegenphasiger Bewegung der unterschiedlichen Atome auftreten, welche als optische Phononen bezeichnet werden. Aufgrund der Polarität von kovalenten Bindungen in vielen Kristallen (insbesondere in III/V Halbleitern) ermöglichen die Dipolmomente eine gute Kopplung an elektromagnetische Wellen. Im Zentrum der Brillouin Zone kann die Dispersion der

optischen Phononen gut durch eine konstante Frequenz

$$\omega_O(\mathbf{q}) = \omega_O = \text{const.} \quad (2.44)$$

beschrieben werden. Darüber hinaus werden die Phononenmoden in transversal und longitudinal unterteilt [8]: Bei transversalen (longitudinalen) Phononenmoden oszillieren die Atome senkrecht (parallel) zur Ausbreitungsrichtung der Gitterschwingung.

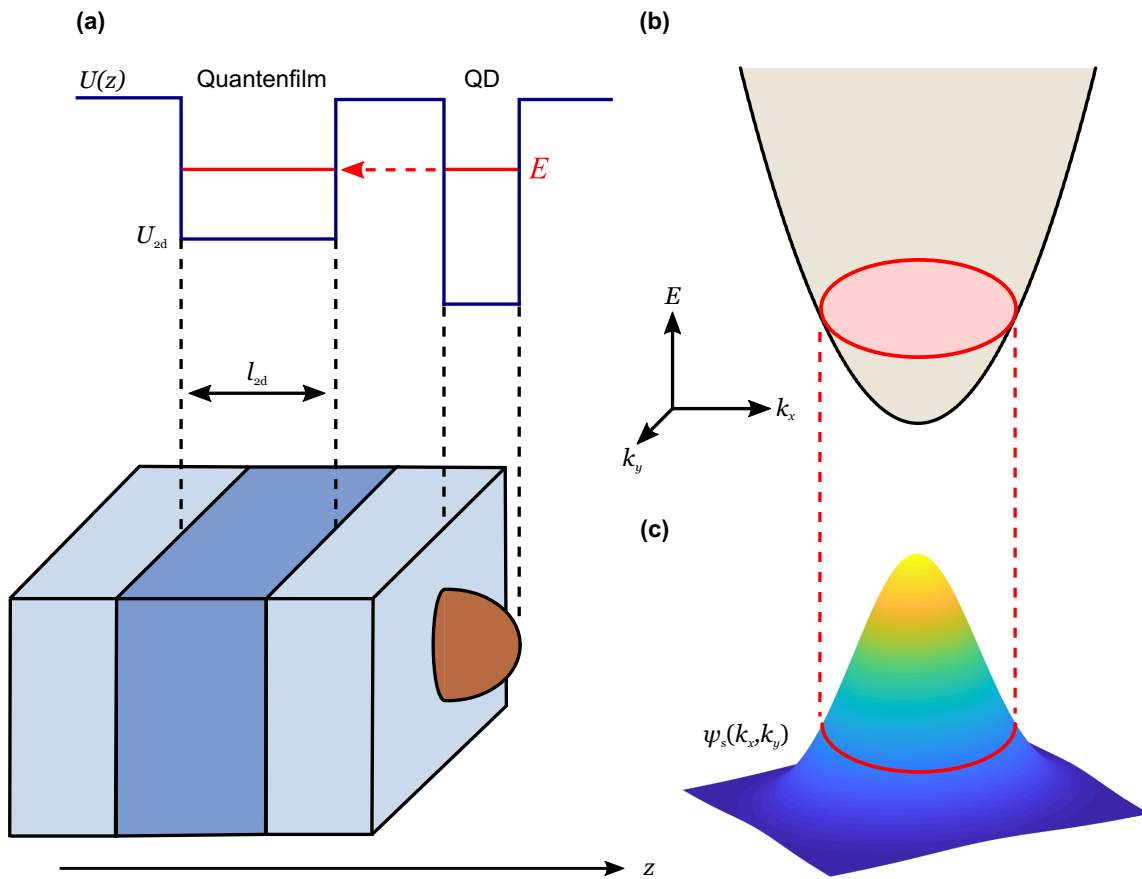
### 2.2.4 Tunneldynamik zwischen null- und zweidimensionalen Systemen

Der quantenmechanische Tunnelprozess, bei dem beispielsweise ein Elektron eine Potenzialbarriere überwindet, die höher ist als die eigene kinetische Energie, hat kein klassisches Analogon. Die Begründung liegt in dem endlichen Wert der Aufenthaltswahrscheinlichkeit  $\langle \psi | \psi \rangle = |\psi|^2$  der Wellenfunktion  $|\psi\rangle$  des Teilchens hinter einer Potenzialbarriere endlicher Höhe [50].

Die Tunneldynamik zwischen einem Ladungsträgerreservoir und QDs sind fundamentaler Bestandteil der Forschung an quantenmechanischen Phänomenen: Die Kopplung an ein Ladungsträgerreservoir dient der Stabilisierung des Beladezustandes und ermöglicht die Optimierung der gezielten Emission von Licht aus den QDs [51, 52]. Insbesondere ist die Kopplung an ein zweidimensionales Reservoir zur Injektion von Ladungsträgern z. B. für QD Laser von großer Bedeutung [53]. Darüber hinaus wurden in jüngsten Messungen 2DEGs als dynamischer Sensor im Rahmen der Leitwertspektroskopie verwendet (Kap. 4.1, [54, 55]). Die folgenden Abschnitte dienen der Erklärung der fundamentalen physikalischen Prinzipien von Tunnelprozessen zwischen 2DEGs und QDs.

#### Ansatz des Bardeen-Transfer Hamiltonian (BTH)

Zur Beschreibung von Tunnelprozessen zwischen quantenmechanischen Systemen unterschiedlicher Dimensionen kann der Ansatz des BTH herangezogen werden [56]. Im Folgenden soll, basierend auf [53], der theoretische Rahmen am Beispiel des Tunnelvorgangs zwischen einem nulldimensionalen QD und einem zweidimensionalen, dreieckigen Einschluss (Abb. 2.9) erläutert werden. Beim Ansatz des BTH wird der initiale Zustand mit Elektronen im QD und der finale Zustand im zweidimensionalen Einschluss separat von einander betrachtet. Der Tunnelprozess mit dem entsprechenden Ausgangs- und Endzustand ist dabei durch einen Austausch-Hamiltonian beschrieben wobei das Tunneln selbst eine Störung des Ausgangszustandes darstellt [57]. Der



**Abbildung 2.9:** (a) Schematische Illustration des Einschlusspotentials in  $z$ -Richtung  $U(z)$  für ein gekoppeltes System aus einem zweidimensionalen Einschluss und einem QD. Elektronen mit Energie  $E$  können aus dem QD in den zweidimensionalen Einschluss mit der Breite  $l_{2d}$  tunnelt (basierend auf [53]). (b) Parabolische Energiedispersion im  $k$ -Raum im ersten Subband des zweidimensionalen Einschlusses. Der rote Kreis entspricht dabei der Ausdehnung des Fermi-Kreises bei Energie  $E$ . (c) Laterale Wellenfunktion  $\psi_s(k_x, k_y)$  eines Elektrons auf der  $s$ -Schale des QDs im  $k$ -Raum. Die laterale Wellenfunktionsüberlappung der beiden Systeme nimmt mit steigendem Radius des Fermi-Kreises ab.

Hamiltonian des gekoppelten Systems in der BTH-Abschätzung  $H$  ist gegeben als:

$$H = H_{\text{QD}} + H' \quad (2.45)$$

mit dem Hamiltonian des QD  $H_{\text{QD}} = -\hbar^2 \nabla^2 / (2m_e^*) + U_{\text{QD}}(x, y, z)$ . Der BTH  $H'$  ist gegeben durch das konstante Potential im zweidimensionalen Einschluss  $U_{2d}$  als:

$$H' = \begin{cases} U_{2d} & \text{für } 0 < z < l_{2d} \\ 0 & \text{ansonsten.} \end{cases} \quad (2.46)$$

Die Austauschwechselwirkung zwischen dem Eingangs- und Ausgangszustands wird durch ein Matrixelement des Transfer-Hamiltonians  $H'_{\text{QD},2\text{d}}$  mit:

$$H'_{\text{QD},2\text{d}} = \langle \psi_{2\text{d}} | H' | \psi_{\text{QD}} \rangle \quad (2.47)$$

$$= \int_{2\text{d}} \psi_{2\text{d}}^* U_{2\text{d}} \psi_{\text{QD}} \, d^3r, \quad (2.48)$$

wobei das Integral über den vollständigen zweidimensionalen Einschluss reicht. Die Tunnelrate  $W$  eines Elektrons mit Energie  $E$  im QD ist gegeben durch Fermis Goldene Regel, wobei über alle energetisch erreichbaren Subbandbeiträge aufsummiert wird [53, 57]:

$$W(E) = \frac{4\pi}{\hbar} \cdot \sum_{E_n < E} |H'_{\text{QD},2\text{d}}|^2 D_{2\text{d}} \quad (2.49)$$

mit der Zustandsdichte für Elektronen  $D_{\text{sb}} = m_e^* (\pi \hbar^2 L_z)$  in einem einzelnen Subband (vgl. Kap. 2.2.1). Das Matrixelement aus Gl. 2.47 kann durch Substitution der 2DEG- und QD-Wellenfunktion aus Gl. 2.31 und 2.37 berechnet werden zu:

$$H'_{\text{QD},2\text{d}} = I_{\text{QD},2\text{d}}(x, y) I_{\text{QD},2\text{d}}(z) \quad (2.50)$$

mit der Wellenfunktionsüberlappung  $I_{\text{QD},2\text{d}}$  in lateraler Richtung:

$$I_{\text{QD},2\text{d}}(k_x, k_y) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{-i(k_x x + k_y y)} \cdot H_n e^{-\frac{x^2}{2l_{0,x}} - \frac{y^2}{2l_{0,y}}} \, dx \, dy \quad (2.51)$$

und in z-Richtung:

$$I_{\text{QD},2\text{d}}(z) = \int_0^{l_{2\text{d}}} \psi(z) U_{2\text{d}} \psi_{\text{QD}}(z) \, dz. \quad (2.52)$$

Die Überlappung in z-Richtung kann dabei nicht analytisch berechnet werden, da die Wellenfunktion in diese Richtung nicht für ein reales 2DEG-QD-System mit endlich hohen Potentialwänden lösbar ist. Dabei ist zu beachten, dass im Falle eines dreieckigen, zweidimensionalen Einschlusses das Potential  $U_{2\text{d}}$  nicht konstant ist, sondern entsprechend eine Proportionalität in z-Richtung besitzt [ $U_{2\text{d}}(z) \propto z$ ]. Dies wird jedoch aufgrund des geringen Einflusses in der gesamten Arbeit vernachlässigt.

### Wellenfunktionsüberlappung im Impulsraum

Elastisches Tunneln von Elektronen mit Energie  $E$  von einem QD in ein 2DEG kann nur stattfinden, wenn für diese freie energetische Zustände im 2DEG existieren. Die

Wellenvektoren  $k_x$  und  $k_y$  der freien Zustände im 2DEG müssen die Bedingung:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e^*} \cdot (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.53)$$

erfüllen, welche einen Kreis mit Radius  $\sqrt{2m_e^*E/\hbar^2}$  im  $k$ -Raum aufspannen - der sog. Fermi-Kreis [s. Abb. 2.9(b)]. Visuell korrespondiert die laterale Wellenfunktionsüberlappung nach Gl. 2.51 der Überlappung des Fermi-Kreises mit Energie  $E$  mit der lateralen Wellenfunktion des QDs im  $k$ -Raum, dargestellt in Abb. 2.9(c). Zu beachten ist, dass der Effekt der Überlappung der Wellenfunktionen im Impulsraum gleichermaßen, entweder über das Integral der lateralen Überlappung im Ortsraum (Gl. 2.51) und durch entsprechende Umrechnung in  $k$ -Raum Koordinaten auf den Fermi-Kreis berechnet werden kann oder durch Transformation der QD und 2DEG Wellenfunktionen in den  $k$ -Raum und anschließende, direkte Berechnung.

Die fundamentalen Effekte der Wellenfunktionsüberlappung im Impulsraum von Elektronen in niederdimensionalen Systemen wurden ausgiebig im Kontext technologischer Anwendungen über die letzten dreißig Jahre untersucht [58, 59]. Kürzlich wurden diese Anstrengungen auf ein System von zwei gekoppelten QDs [ein sog. Quantenpunktmolekül - eng. *quantum dot molecule* (QDM)] im Rahmen von Leitwert spektroskopiemessungen ausgeweitet [60]. Beckel *et al.* haben dabei herausgefunden, dass durch Versetzung des 2DEG Fermi-Kreises im  $k$ -Raum durch ein magnetisches Feld gegen die Wellenfunktion des QDs die Tunnelrate beeinflusst wird. Basierend auf diesen Ergebnissen haben Zhou *et al.* den Einfluss der Impulsraumüberlappung selbst ohne ein äußeres Magnetfeld beobachtet. Dies wurde ebenfalls an QDMs durch leitwert spektroskopischen Messungen gezeigt, wobei sich Elektronen im nicht-Gleichgewichtszustand in einer der QD-Schichten auf  $s$ -Orbitalen befanden und die Zeitdynamik von Entladungsprozessen aufgenommen wurde [61]: Mit höherer Energie  $E$  im QD sinkt die Tunnelrate erwartungsgemäß nach Gl. 2.51, da die Wellenfunktionsüberlappung in lateraler Richtung mit zunehmender Größe des Fermi-Kreises abnimmt (vgl. Abb. 2.9).

### **Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) als Annäherung für Tunnelvorgänge durch eine Potentialbarriere**

Die Tunnelwahrscheinlichkeit durch eine Überlappung von Wellenfunktionen in  $z$ -Richtung kann prinzipiell für jede Form einer Potentialbarriere  $U(z)$  näherungsweise durch die WKB-Näherung berechnet werden. Als Einschränkung gilt, dass die Wellenlänge des tunnelnden Teilchens deutlich größer ist, als lokale Änderungen in der Form der Barriere  $U(z)$  [62]. Die Tunnelwahrscheinlichkeit  $T$  eines Elektrons im QD mit

Energie  $E$  zwischen Anfangszustand  $z_1$  zu Endzustand  $z_2$  ist gegeben als:

$$T = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \cdot \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{2m_e^*(U(z) - E)} dz\right). \quad (2.54)$$

Die Tunnelrate entspricht dabei dem Produkt aus Tunnelwahrscheinlichkeit und einer Frequenz  $f_a$ , welche jedoch im Allgemeinen unbekannt für Tunnelvorgänge zwischen einem QD und zweidimensionalen Einschluss.

### Phononenassistierte Tunneldynamik in Quantenpunkte

Neben fundamentalen Tunnelprozessen von Elektronen, welche in den vorigen Abschnitten erklärt wurden, führt die Wechselwirkung mit dem Kristallgitter von Festkörpern zu weiteren, komplexen Tunnelmechanismen. Im Wissenschaftsfeld von Halbleiter-QDs spielen Tunnelprozesse von Elektronen, hervorgerufen durch Emission von longitudinalen, optischen Phononen, ebenfalls eine besondere Rolle, da sie eine effiziente Ladungsträgerwechselwirkung beispielsweise in QD-Laserstrukturen ermöglichen [63, 64]. Im Hinblick auf die kryogenen Temperaturen von  $T = 4$  K sei darauf hingewiesen, dass die Besetzung dieser Phononenmoden mit charakteristischen Energien von  $E_{LO} = 36,6$  meV in GaAs und  $E_{LO} = 38,5$  meV in  $Al_{0,33}Ga_{0,77}As$  gering ist, sodass dieser Einfluss vernachlässigbar klein ist [65].

Während die detaillierten, physikalischen Eigenschaften von Tunnelprozessen, basierend auf Phononenemission ebenfalls theoretisch durch den Ansatz des BTH und einem modifizierten Austausch-Hamiltonian beschrieben werden können [66], kann das zugrundeliegende Konzept auch fundamental durch die Grenzen von Energie- und Impulserhaltung verstanden werden. Für Elektronentunneln vom initialen QD-Zustand mit  $E_{QD}^{(i)}$  in ein 2DEG mit Fermi-Energie  $E_F$  muss gelten:

$$E_{QD}^{(i)} \geq E_F + E_{LO}, \quad (2.55)$$

da das 2DEG nur für Energien über der Fermi-Energie ein Kontinuum von freien, elektronischen Zuständen aufweist. Die Energiewerte des Anfangszustandes im QD und dem Endzustand im 2DEG  $E_{2DEG}^{(f)}$  sind über die Energieerhaltung gemäß

$$E_{QD}^{(i)} = E_{2DEG}^{(f)} + E_{LO} \quad (2.56)$$

miteinander verknüpft. Von ebenso hohem Interesse im Rahmen des Phononenassistenten Tunnelns ist dabei der Mechanismus des Impulsübertrags vom tunnelnden Elektron an das Kristallgitter. Ausgehend von der Impulserhaltung gilt die Beziehung:

$$\mathbf{k}_{\text{QD},xy}^{(i)} = \mathbf{k}_{\text{2DEG},xy}^{(f)} + \mathbf{k}_{\text{LO},xy} \quad (2.57)$$

für den Wellenvektor des Elektrons im Anfangs- $\mathbf{k}_{\text{QD},xy}^{(i)}$  und Endzustand  $\mathbf{k}_{\text{2DEG},xy}^{(f)}$  sowie der optische Phononen Wellenvektor  $\mathbf{k}_{\text{LO},xy}$ . Der Austausch von Impuls und Energie erhöht die strikte Limitierung vom elastischen Elektronentunneln in und aus den QDs, welche sonst nur bis zum 2DEG-Fermi-Kreis möglich ist.

## 2.3 Wechselwirkung zwischen Halbleitern und Photonen

Für die Wechselwirkung zwischen Halbleitern und Photonen ist die Größe der Bandlücke und Position im  $k$ -Raum von entscheidender Bedeutung. Dabei wird, wie bereits in Kap. 2.1 angesprochen, zwischen direkten und indirekten Bandlücken unterschieden, da diese sehr unterschiedliches Generations- und Rekombinationsvermögen von Elektronen und Löchern aufweisen.

### Wechselwirkung von Photonen mit direkten und indirekten Halbleitern

Trifft ein Photon auf einen Halbleiter, so besteht die Möglichkeit, dass die Photonenenergie teilweise oder vollständig von einem Elektron im Valenzband aufgenommen wird und eine Anregung über die Bandlücke in das darüber liegende Leitungsband stattfindet. Dieser optisch angeregte Interbandübergang wird als Fundamentalabsorption bezeichnet. Bei  $T = 0 \text{ K}$  muss die Energie des Photons mit Frequenz  $\nu$  mindestens der Bandlückenenergie  $E_g$  entsprechen, sodass gilt:

$$h\nu \geq E_g. \quad (2.58)$$

Da der Photonenimpuls besonders klein ist, findet ein Interbandübergang vornehmlich vertikal im Impulsraum statt, was der wesentliche Grund für die unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten von Photonen bei direkten und indirekten Halbleitern ist. Zu beachten ist, dass die in dieser Arbeit untersuchten Halbleiterschichten fast alle eine direkte Bandlücke aufweisen. Neben den ohnehin direkten Bandlücken von GaAs und InAs ist  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  für  $x < 0,4$  ein direkter und für größere  $x$  ein indirekter Halbleiter [67].

Die zusätzliche Absorption eines Phonons für den benötigten Impulsübertrag für eine Fundamentalabsorption bei indirekten Halbleitern ist jedoch auch bei direkten Halbleitern zu beobachten [68]. Stattdessen steigt der Absorptionskoeffizient schon unterhalb der Bandlückenenergie stark an, sodass eine Fundamentalabsorption begünstigt wird, obwohl der Halbleiter noch gänzlich transparent sein sollte. Der Anstieg des Koeffizienten ist dabei stark temperaturabhängig, was die Annahme einer Beteiligung durch

Phononen unterstützt, da diese als Energielieferant fungieren und Gl. 2.58 für endliche Temperaturen nur näherungsweise gilt. Ferner hat der gebundene Zustand des Elektron-Loch-Paares (Exziton) eine minimal kleinere Energie als der ungebundene Zustand. Eine Änderung der Fundamentalabsorption kann darüber hinaus durch Anlegen eines elektrischen Feldes an den Halbleiter erreicht werden, da die Bandkanten verkippen, was effektiv eine Reduzierung der Bandlücke zur Folge hat (Franz-Keldysh-Effekt [69]).

### 2.3.1 Exzitonen

#### Exzitonen im Volumenhalbleiter

Die verschiedenen Ladungsträger in einem Volumenhalbleiter sind durch elektrostatische Wechselwirkung leicht aneinander gebunden und bilden somit ein Quasi-Teilchen, welches Exziton genannt wird. Dabei unterscheidet man in einem Volumenhalbleiter zwischen Exzitonen, die stark an die Atomrümpfe im Kristallgitter gebunden sind, sog. Frenkel-Exzitonen, und Mott-Wannier Exzitonen, die mit einer weitaus größeren Ausdehnung als die Gitterkonstante des Kristalls im Vergleich nur schwach gebunden sind. Insbesondere letztere treten z. B. in GaAs auf und können theoretisch ähnlich wie das Wasserstoffatom, bei dem die Coulomb-Wechselwirkung um die Dielektrizität des Kristalls abgeschirmt wird, behandelt werden. Für den Exziton-Bohr-Radius gilt:

$$a_X^n = \frac{m}{m^*} \cdot n^2 \epsilon a_0 \propto n^2 \quad (2.59)$$

wobei  $a_0$  für den Wasserstoff-Bohrradius steht. Die resultierenden Exziton-Bindungsenergien  $E_X^n$  ergeben sich zu [70]:

$$E_X^n = 13,6 \text{ eV} \cdot \frac{m_r^*}{m} \cdot \frac{1}{n^3 \epsilon^2} \propto n^2. \quad (2.60)$$

In QDs ist die Ausdehnung des Quasi-Teilchens nicht mehr wesentlich größer als die Gitterkonstante des Kristalls, sodass in diesem Fall eine separate Beschreibung für Elektron-Loch-Paare herangezogen werden muss.

#### Exzitonen im Quantenpunkt

InAs-QDs wirken aufgrund der kleineren Bandlücken im Vergleich zur umgebenden GaAs-Matrix sehr attraktiv auf Ladungsträger und die Rekombinationsrate der Elektron-Loch-Paare ist aufgrund des starken Einschlusses erhöht.

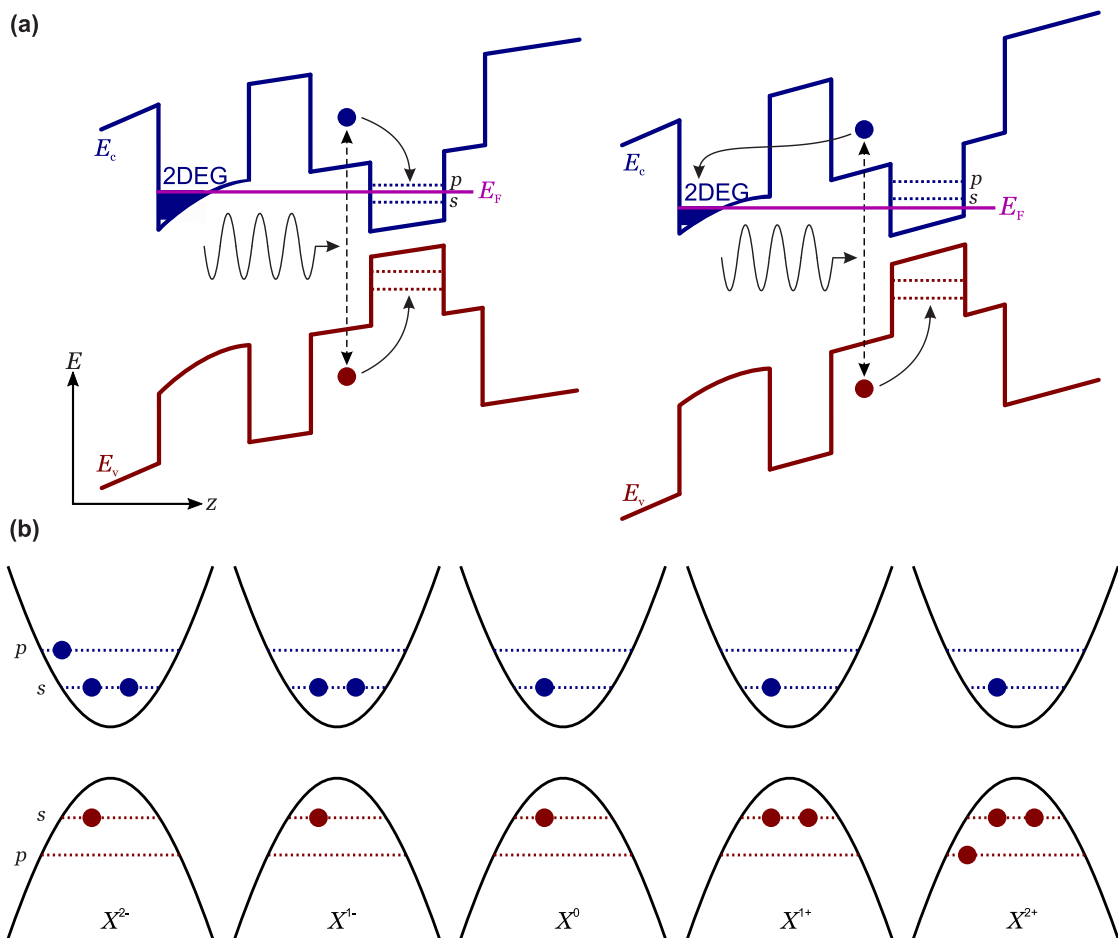
In dieser Arbeit werden die Elektron-Loch-Paare nicht-resonant erzeugt, d.h. die eingestrahlte Photonenenergie ist größer, als die Bandlücke der beteiligten Materialien. Da der Wirkungsquerschnitt der QDs selbst bei hoher Dichte relativ gering ist,



### 2.3. Wechselwirkung zwischen Halbleitern und Photonen

findet die Generation im Wesentlichen im GaAs oder in der InAs-Benetzungsschicht (Kap. 3.1.1) statt. Bei geeigneter eingestrahelter Wellenlänge ist jedoch die Generation von Elektron-Loch-Paaren in den QDs ebenfalls möglich.

Die erzeugten Elektronen und Löcher diffundieren anschließend im Zeitrahmen ihrer Lebensdauer in die energetisch günstigsten, freien Zustände. Dabei können sie gemeinsam in einem QD eingefangen werden und in den energetisch niedrigsten Zustand relaxieren oder Elektron und Loch werden aufgrund elektrischer Felder innerhalb der Halbleiter-Heterostruktur von einander getrennt, skizziert in Abb. 2.10(a) [71]. Die zeitliche Dauer für den Ladungstransport von Elektronen und Löchern nach



**Abbildung 2.10:** (a) Skizzierte Anregung eines Elektron-Loch-Paares nicht-resonant in die InAs-Benetzungsschicht bzw. die umgebende GaAs-Matrix. Das Loch (rot) diffundiert dabei im Valenzband zum QD und relaxiert auf den energetisch günstigsten Zustand. Durch anlegen eines elektrischen Feldes kann das Elektron (blau) aufgrund der Bandverkipfung beeinflusst werden und diffundiert dabei entweder analog zum Loch im Leitungsband in den QD (links) oder in Richtung des Ladungsträgerreservoir bei negativem elektrischen Feld [71] (rechts). Im QD bilden Elektron und Loch aufgrund des starken Potentialeinschlusses einen Exziton-Zustand und rekombinieren nach wenigen ns. (b) Schematische Darstellung verschieden geladener Exziton-Zustände  $X$  im parabolischen QD-Potential. Der Exponent gibt dabei die effektive Gesamtladung an.

der Generation nimmt mit steigender QD-Dichte ab [30]. Ohnesorge *et al.* konnten an  $\text{In}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ -QDs in GaAs (QD-Höhe 5 nm, -Durchmesser 15 nm und -Dichte  $2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$ ) zeigen, dass die Einfangdauer bei einer Temperatur von  $T = 2 \text{ K}$  bei ungefähr  $\tau_{\text{ein}} = 31 \text{ ps}$  liegt. In dieser Zeit diffundieren die Ladungsträger in die QDs und werden in den oberen Quantisierungsniveaus eingefangen. Die Relaxationsdauer in energetisch niedrigere Zustände (Relaxation wird über Phononenbeteiligung ermöglicht) liegt bei gleicher Temperatur bei  $\tau_{\text{relax}} = 60\text{-}100 \text{ ps}$  [72].

Wenn ein Elektron und ein Loch in einem QD lokalisiert sind, kommt es nach einer Exziton-Lebensdauer  $\tau_1$  unter Aussendung eines Photons zu einer Rekombination der Ladungsträger. Heitz *et al.* haben durch Messungen an pyramidalen InAs-QDs (QD-Höhe 4-6 nm, -Durchmesser 12-14 nm und -Dichte  $\approx 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) zeigen können, dass die Exzitonlebensdauer bei  $\tau_{\text{ein}} = 1 \text{ ns}$  für  $T = 1,8 \text{ K}$  liegt und damit wesentlich länger ist, als die Einfang- und Relaxationszeit. Ferner konnte gezeigt werden, dass die Lebensdauer für angeregte Zustände wesentlich kürzer ist, als im Grundzustand. Heitz *et al.* führen dies auf Kristalldefekt bedingte, nicht-strahlende Rekombination zurück [73].

Für die Rekombination eines Elektron-Loch-Paares wird unterschieden zwischen strahlender sowie nicht-strahlender Rekombination, wie z. B. die Auger-Rekombination und die Rekombination an Störstellen. Diese verschiedenen Kanäle können dabei parallel und unabhängig voneinander stattfinden. So findet vornehmlich die strahlende Rekombination eines Elektron-Loch-Paares bei direkten Halbleitern statt und führt zu einer Aussendung eines Photons, das die Energiedifferenz zwischen dem Elektron-QD-Zustand (im Leitungsband) und Loch-QD-Zustand (im Valenzband) trägt. Bei der nicht-strahlenden Auger-Rekombination - häufig in Halbleitern hoher Ladungsträgerdichte beobachtet - wird diese Energiedifferenz an ein drittes Teilchen abgegeben, das seine Energie wiederum über Phononen-Streuung an den Kristall abgibt. Die Rekombination an Störstellen kann sowohl strahlend als auch Auger-artig sein, wobei die Ladungsträger immer unter Beteiligung einer Störstelle im Kristall einen Rekombinationspfad finden.

### Höher geladene Exzitonen

Bisher wurden ausschließlich neutrale Exzitonen betrachtet, d.h. ein insgesamt ladungsneutrales Elektron-Loch-Paar mit einem elektrischen Dipolfeld. Neben den neutralen Exzitonen gibt es geladene Exzitonen, bei denen entweder neben einem Elektron mehrere Löcher oder neben einem Loch mehrere Elektronen beteiligt sind [s. Abb. 2.10(b)]. Dabei wird das jeweilige Exziton mit einem  $X$  abgekürzt, dem ein Exponent für die Ladung angefügt wird. So bedeutet z. B.  $X^{2+}$ , dass neben einem Elektron

noch drei weitere Löcher zu dem Exziton beitragen und das Quasi-Teilchen demnach zweifach positiv geladen ist.

Der Ladezustand von QDs kann - wie schon beschrieben - über ein elektrisches Feld eingestellt werden. In den in dieser Arbeit verwendeten Halbleiter-Heterostrukturen sind die QDs über eine Tunnelbarriere an ein Ladungsträgerreservoir gekoppelt. Dies ist in den meisten Fällen eine volumendotierte GaAs-Schicht oder im Speziellen auch ein 2DEG, wie im Falle der im Rahmen dieser Arbeit angewandten Methode der Leitwertspektroskopie (Kap. 4.1). Je nach Größe des angelegten elektrischen Feldes kann die Tunnelkopplung zwischen Ladungsträgerreservoir und QD-Schicht eingestellt werden (Kap. 2.2.4).

Ediger *et al.* [74] haben durch optische und Labud *et al.* [71] durch elektronische Messungen gezeigt, dass der Exziton-Ladungszustand im QD über ein elektrisches Feld und die dadurch veränderte Tunnelkopplung mit dem Elektronenreservoir eingestellt werden kann. Dabei steigt die Anzahl der Löcher mit negativem, elektrischen Feld bis zu einem Gleichgewichtszustand an, da mit zunehmender positiver Ladung das attraktive Potential im QD für Elektronen im Ladungsträgerreservoir steigt und Rekombinationsprozesse die Elektronen-Löcher-Generation kompensieren. Zu beachten ist dabei, dass die Energie der optischen Anregung groß genug sein muss, um Elektronen im Leitungsband in ausreichender Menge anzuregen.

Ferner kann beobachtet werden, dass sowohl die optische als auch die elektronische Signalhöhe mit steigender Ladungsträgeranzahl, welche am Exziton beteiligt sind, abnimmt. Wird ein InAs-QD als kreisrunde Scheibe mit Radius 10 nm und einer Höhe von 3 nm angenommen, so beträgt das Volumen ungefähr  $950 \text{ nm}^3$ . Dies ergibt eine Ladungsträgerdichte mit einem Elektron im QD von  $\rho_{\text{QD}} \approx 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Aufgrund dieser hohen Dichte und dem entsprechenden Anstieg durch zusätzliche Ladungsträger kann von einer lokal verstärkten Auger-Rekombination ausgegangen werden. Die bei der Rekombination frei werdende Energie wird dabei nicht über ein Photon abgestrahlt, sondern an einen anderen Ladungsträger übergeben der bei ausreichender Energie den QD verlässt.

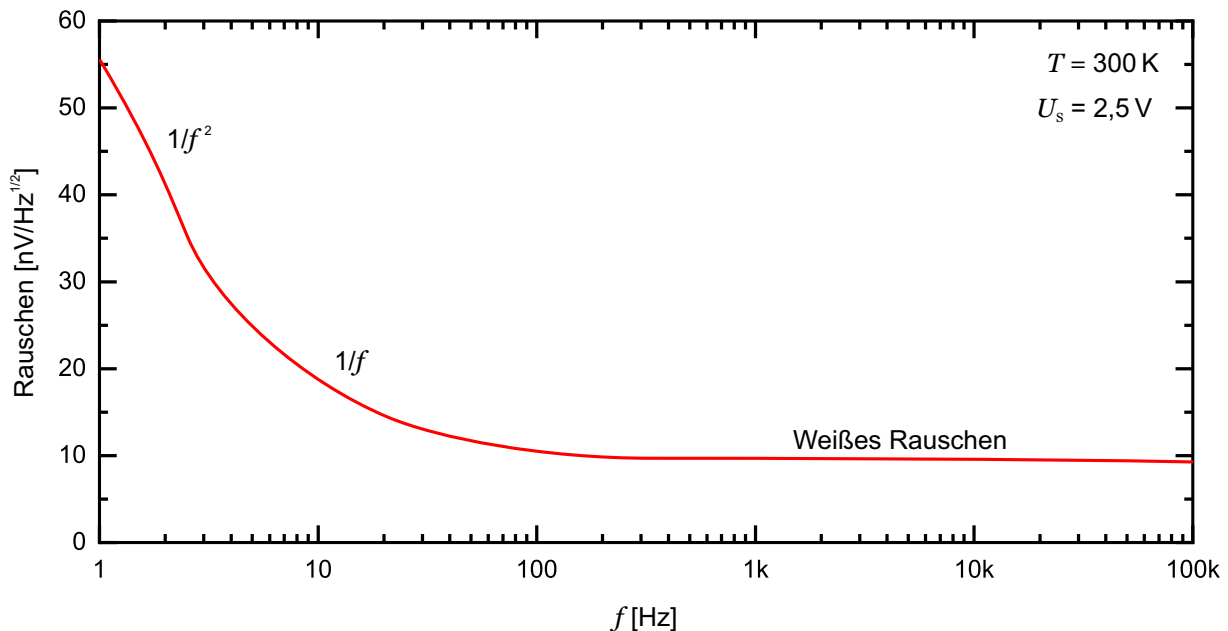
## 2.4 Elektronisches Rauschen

Alle elektrischen Bauelemente sind in gewissem Maße rauschbehaftet und die Ursachen lassen sich im Wesentlichen auf die thermische Bewegung und Quantisierung der Elementarteilchen zurückführen [10]. Halbleiter weisen darüber hinaus, bedingt durch Bandübergänge und Verunreinigungen, insbesondere bei kleinen Frequenzen zusätzliches Rauschen auf. Bei einem Messprozess gilt das Superpositionsprinzip, dabei addieren sich alle Rauschsignale und Messsignal unabhängig voneinander zu einem

## 2.4. Elektronisches Rauschen

Gesamtssignal = Messsignal + Gesamtrauschen.

Bei kleineren Frequenzen nimmt die Rauschleistung vor allem bei Halbleitern mit  $1/f$  bzw.  $1/f^2$  zu und geht zu höheren Frequenzen im Bereich von kHz und MHz in das konstante thermische Widerstandsrauschen und Schrotrauschen über, s. Abb. 2.11. Ein



**Abbildung 2.11:** Spannungsrauschen eines Operationsverstärkers bei Raumtemperatur unter Last [75] halb logarithmisch aufgetragen. Gut sichtbar sind das  $1/f$  bzw.  $1/f^2$  Verhalten bei kleinen Frequenzen und der Übergang in ein konstantes Weißes Rauschen zu höheren Frequenzen.

frequenzunabhängiges Rauschen wird allgemein als Weißes Rauschen bezeichnet.

Um eine quantitative Aussage über die Qualität des Messsignals zu treffen, wird das Signal zu Rauschverhältnis (STN) gemäß:

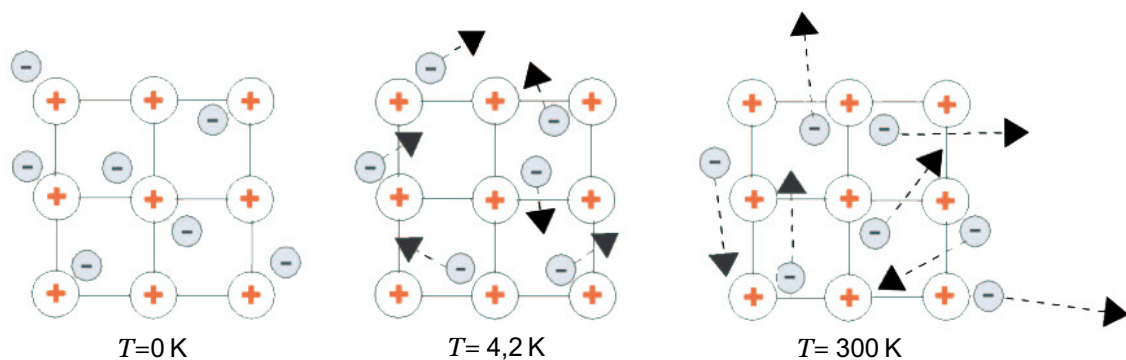
$$\text{STN} = \frac{\text{Signal}}{\text{Gesamtrauschen}} \quad (2.61)$$

gebildet. Generell wird zwischen Spannungs- und Stromrauschen unterschieden, wobei sich diese Bezeichnungen nur auf die Ursache beziehen und über das Ohmsche Gesetz unweigerlich eine gegenseitige Beeinflussung der effektiven Rauschleistungen stattfindet. Schlussendlich entsteht in einem elektrischen Schaltkreis eine Summe aus verschiedensten Quellen und ein entsprechendes STN, wobei Stromrauschquellen allgemein einen größeren, negativen Einfluss darstellen. Neben intrinsischen Rauscheinflüssen können externe elektrische und magnetische Felder sowie mechanische Einflüsse sich negativ auf das Messsignal auswirken. Dies gilt es vollständig zu beseitigen und während der Messung von der gesamten Messelektronik abzuschirmen. Alle signalführenden Leitungen sowie Messgeräte sollten abgeschirmt sein und ein sternförmiges Bezugspotential (Erdung) für alle Punkte gewährleistet werden.

### 2.4.1 Spannungsrauschen

#### Johnsen-Nyquist-Rauschen

Johnsen-Nyquist-Rauschen, Wärmerauschen oder auch thermisches Widerstandsrauschen beschreibt allgemein das Rauschen eines metallischen Leiters bzw. Widerstands. Es entsteht durch Ladungsträgerfluktuationen an den Kontakten eines Widerstandes oder elektrischen Leiters aufgrund thermischer Bewegung und Streumechanismen im Kristallgitter. Es ist dabei unabhängig von angelegter Spannung und fließendem Strom, da die thermische Energie der Elektronen wesentlich größer ist als die Bewegungsenergie des Spannungsdrafts, schematisch dargestellt in Abb. 2.12. Die resultierende



**Abbildung 2.12:** Schematische Darstellung der Entstehung von Wärmerauschen aufgrund thermischer Bewegung von Ladungsträgern (Elektronen). Am absoluten Nullpunkt bei  $T = 0$  K (links) verschwindet jegliches Wärmerauschen, da Gitterschwingungen und Elektronenbewegung vollständig einfrieren. Mit steigender Temperatur nimmt die Phononenanzahl zu und so das Wärmerauschen entsprechend Gl. 2.63 für  $T = 4,2$  K (Mitte) und Raumtemperatur [ $T = 300$  K (rechts)].

Rauschspannung  $U_n$  ist über die Zeit  $t$  gemittelt 0, so wie es auch die thermische Bewegung des Elektronenensembles ist. Demnach setzt man für Messung und Auswertung den quadratischen Mittelwert  $\langle U_n^2 \rangle$  an, aus dem sich dann der Effektivwert  $U_{n,eff}$  berechnen lässt. Nyquist erarbeitete nach einem Gedankenexperiment eine Formel für dieses quadratische Mittel der Rauschspannung, wonach sich ein linearer Zusammenhang zur Temperatur  $T$ , dem Widerstandswert  $R$  und dem betrachteten Frequenzband  $\Delta f$  ergibt. Die Boltzmann-Konstante  $k_B$  stellt den mikroskopischen Zusammenhang zwischen minimaler kinetische Energie der Elektronen und Temperatur her, was als Ausdruck für die gequantelte, spezifische Wärme eines jeden Teilchens interpretiert werden kann. Für den quadratischen Mittelwert gilt:

$$\langle U_n^2 \rangle = 4k_B T R \Delta f, \quad (2.62)$$

woraus entsprechend für den Effektivwert des Widerstandsrauschen folgt:

$$U_{n,\text{eff}} = \sqrt{4k_B T R \Delta f}. \quad (2.63)$$

Alle Leiter mit einem endlichen Widerstand  $R$  und einer Temperatur  $T$  über dem absoluten Nullpunkt haben an seinen Enden eine messbare Rauschleistungsdichte

$$\langle P_n \rangle = \frac{\langle U_n^2 \rangle}{R}. \quad (2.64)$$

Die Rauschspannung nimmt zwar linear mit dem betrachteten Frequenzband zu, ist über alle Frequenzen jedoch konstant und macht den Hauptanteil des weißen Rauschens aus [10].

### 2.4.2 Stromrauschen

#### Schrotrauschen

Schrotrauschen entsteht infolge eines Stroms  $I$ , der eine Potentialbarriere überwindet. Da sich der Gesamtstrom aus einzelnen Elektronen mit der Elementarladung  $e$  zusammensetzt, muss jedes für sich diese Barriere überwinden. Dies geschieht nicht gleichmäßig, da die Energie der Ladungsträger der Fermi-Dirac-Statistik folgt und bei hohen Temperaturen der Boltzmann-Verteilung, was auf makroskopischer Ebene in Summe zu einer endlichen Stromschwankung  $\Delta I$  führt. Für das gemittelte Rauschstromquadrat  $\langle I_n^2 \rangle$  gilt:

$$\langle I_n^2 \rangle = 2eI\Delta f. \quad (2.65)$$

Die Größe des Schrotrauschens hängt also von der Größe des fließenden Stromes ab und zeigt keine direkte Temperaturabhängigkeit. Sie ist dadurch im thermischen Gleichgewicht vom Johnson-Nyquist-Rauschen zu unterscheiden. Das Rauschstromquadrat des Stroms in einem Frequenzband ist für technische Frequenzen unabhängig von der Frequenz und proportional zur Breite des Frequenzbandes. Erst ab Frequenzen, deren Periode so kurz wie etwa die Transitzeit durch die Barriere ist, fällt das Schrotrauschen mit  $1/f^2$  ab.

#### Funkelrauschen ( $1/f^n$ -Rauschen)

Das sog. Funkelrauschen (aus dem eng. *flicker-noise*) ist vor allem für die hohe spektrale Rauschleistungsdichte bei kleinen Frequenzen verantwortlich. Es wird durch Gitterfehler, Verunreinigungen, Oberflächeneffekte und anderen Struktur- und Ladungshindernissen in einer Kristallstruktur hervorgerufen. Funkelrauschen ist immer an einen Stromfluss gekoppelt, wobei manche Effekte eher ein  $1/f$  und andere ein  $1/f^2$  Verhal-

ten aufweisen. In Halbleitern liegen Ursachen für  $1/f^2$  Rauschen darin, dass einzelne Ladungsträger statistisch mit geladenen Störstellen und Verunreinigungen Coulomb-Wechselwirken, wobei sie sich anheften und wieder freigegeben werden.  $1/f$  Verhalten zeigt sich bei Schwankungen der Ladungsträgerdichte in Halbleitern, hervorgerufen durch Generations- und Rekombinationsprozesse und bei der thermisch aktivierten Bewegung von Gitterfehlern.

Das Funkelrauschen ist entsprechend bauelementeabhängig, nimmt stark mit der Stromdichte zu und macht sich deshalb bei eng benachbarten, metallischen Verbindungen bemerkbar (beispielsweise Bonddrähte), ist jedoch bei Frequenzen größer 10 kHz vernachlässigbar. Allgemein ist nach aktuellem Stand der Wissenschaft nach wie vor nicht vollständig geklärt, warum das Rauschen eine  $1/f^n$  Abhängigkeit aufweist [76].

## 3 Probenwachstum und Prozessierung

Die Realisierung von niederdimensionalen Quantensystemen in Halbleiterstrukturen erfordert sehr präzise Fabrikationstechniken. Als Zugang, zu den in dieser Arbeit untersuchten Phänomenen, wurden QDs in Tunnelkontakt zu einem invertierten HEMT mittels der Technik der MBE angefertigt.

An den damit hergestellten Proben sind im Folgenden elektronische und optische Charakterisierung vorgenommen worden. Damit eine Halbleiterstruktur elektronisch in die entsprechenden Messaufbauten eingebunden werden kann, sind weitere Prozessierungsschritte erforderlich, bei denen speziell formierte Metall-Kontakte auf den Halbleiter aufgebracht werden (Kap. 2.1.3). Dieses Kapitel soll den vollständigen Herstellungsprozess der untersuchten Proben darlegen.

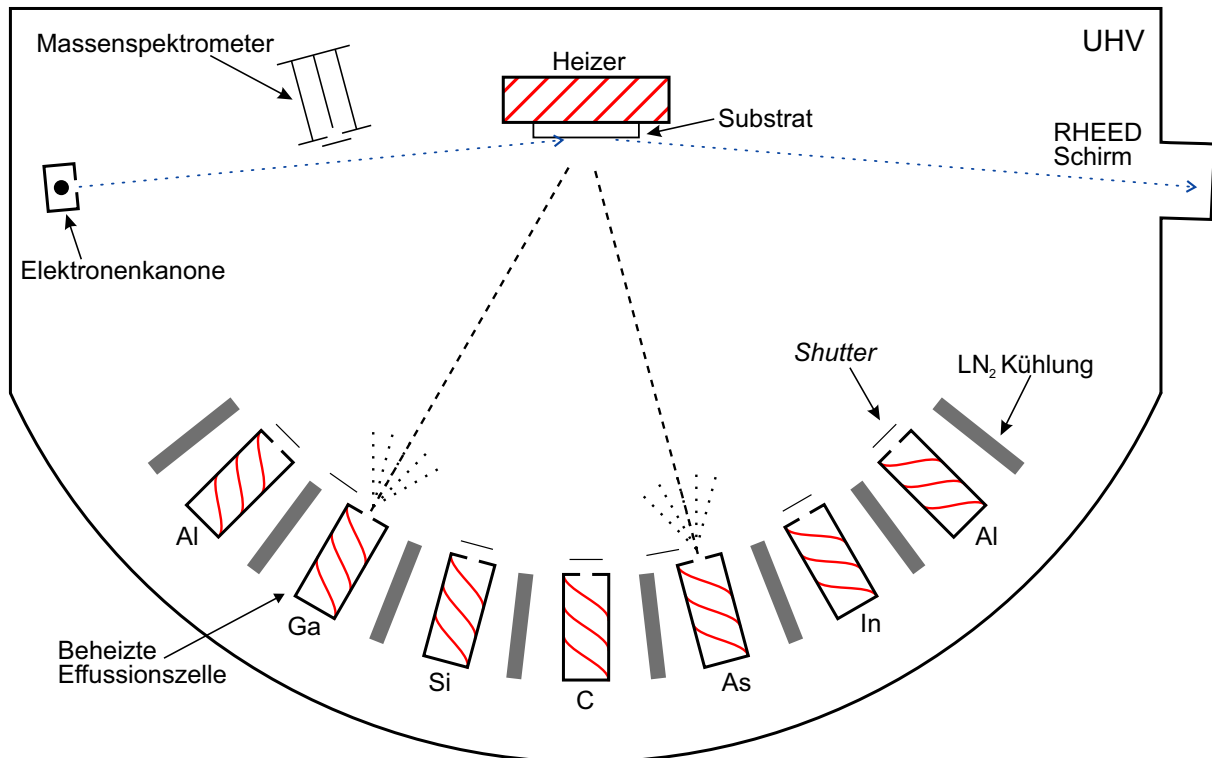
### 3.1 Molekularstrahlepitaxie

Die weitverbreitetste Methode Halbleiter-Heterostrukturen herzustellen, welche der Reinheit und Genauigkeit genügen, quantenmechanische Effekte zu untersuchen, ist kontrolliertes Schichtwachstums mittels MBE. Alle in dieser Arbeit verwandten Proben wurden an der lehrstuhleigenen III/V-er Riber-MBE hergestellt, schematisch dargestellt in Abb. 3.1.

Hochreine Materialien aus der III-er (Ga, Al, In) und V-er Gruppe (As) befinden sich in den sog. Effusionszellen und werden elektrisch soweit erhitzt, dass das Material evaporiert. Die Zellen selbst befinden sich dabei im UHV, sodass die freien Weglängen der Partikel ausreichend groß sind, um Stoßprozesse mit dem Restgas zu vermeiden. Dadurch kann das evaporierte III-er Material einen atomaren und das As einen molekularen Strahl ausbilden, welcher auf die Oberfläche des beheizten Substrats - dem sog. *wafer* - gerichtet ist [78]. Hier dissoziieren die As-Moleküle, binden mit den III-er Materialien und bilden gebundene Halbleiterschichten aus GaAs, InAs, AlAs oder Legierungen dieser Stoffe aus (z. B.  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ) [79]. Aufgrund des inhomogenen Flussprofils der verschiedenen Zellen und der unterschiedlichen Richtwinkel wächst das Material insbesondere zum Rand des Substrats im Allgemeinen mit einem Gradienten. Durch Rotation des Substrats kann diese Inhomogenität jedoch signifikant



### 3.1. Molekularstrahlepitaxie



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung der III/V-er Riber-MBE des Lehrstuhls für Angewandte Festkörperphysik der Ruhr- Universität Bochum, basierend auf [77]. Über den Zellen rotiert das Substrat (eng. *wafers*) und wird durch kontrolliertes Öffnen und Schließen der Klappen (eng. *shutter*) vor den Zellen epitaktisch durch einen gerichteten Molekular- bzw. Atomstrahl aus den evaporierenden Materialien bewacht. Für eine möglichst reine Kristallqualität befinden sich Substrat und Zellen dabei im UHV.

reduziert werden. Die UHV-Umgebung innerhalb der MBE-Kammer stellt sicher, dass die Menge an Verunreinigungen und Störstellen durch Restgasatome in der Kristallstruktur sehr gering ist. Für einen möglichst kleinen Gasdruck sind an die Kammer zwei Ionengetterpumpen (IGP) angeschlossen und während des aktiven Wachstums wird die Innenwandung der Anlage - besonders um die Zellen herum - in einem doppelwandigen Innenbehälter (*shroud*) zusätzlich mit flüssigem Stickstoff ( $\text{LN}_2$ ,  $T = 77 \text{ K}$ ) umspült. Dadurch können Restgasatome und von den Heißdrähten emittiertes CO effektiv an den Innenwandungen der Vakuumkammer adsorbieren [78]. Der Gesamtdruck in der Kammer liegt während des Wachstums bei  $p_G \approx 10^{-10}$  Torr und die Partialdrücke des Restgases werden außerhalb des aktiven Wachstums über ein Quadrupol-Massenspektrometer (QMS) registriert.

Neben den Effusionszellen für die III/V-er Materialien sind zwei weitere Zellen mit Silizium (Si) und Kohlenstoff (C) zur kontrollierten n- bzw. p-Dotierung vorhanden. Durch die Temperatur der Effusionszellen kann die Evaporationsrate der Materialien eingestellt werden, was eine kontrollierte Wachstumsrate auf dem Substrat erlaubt. Darüber hinaus ist vor jeder Zelle eine Klappe angebracht - ein sog. *shutter* - der die

zeitlich kontrollierte, angebotene Materialmenge auf dem Substrat und die entsprechende Komposition der einzelnen Materialien steuerbar macht. Dadurch können die Schichtdicken der gewünschten Halbleiter-Heterostruktur nahezu atomlagengenau eingestellt werden.

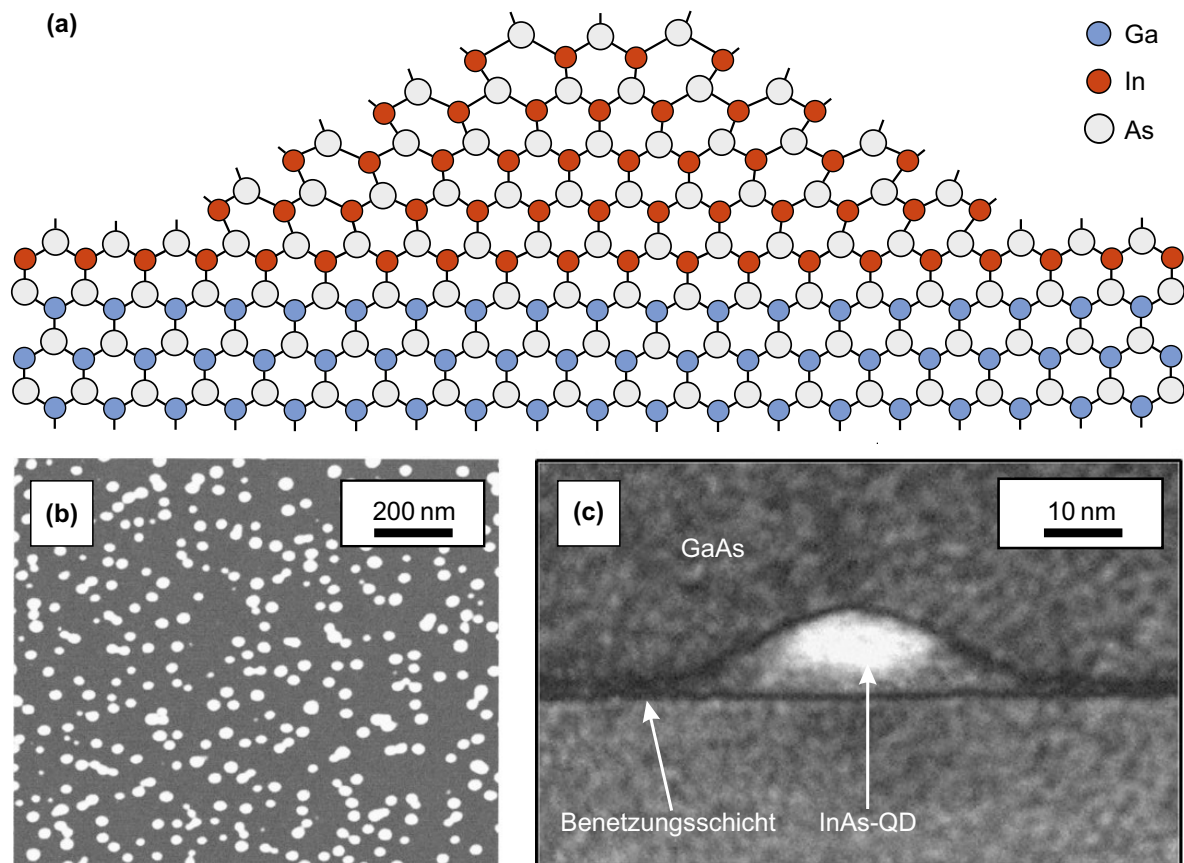
Zur Bestimmung der genauen Wachstumsrate wird mittels Beugung hochenergetischer Elektronen bei Reflexion - eng. *reflection high-energy electron diffraction* (RHEED) diese in Zusammenhang zur Zelltemperatur gebracht [80]. Dabei wird ein Elektronenstrahl, ausgehend von einer Elektronenkanone in einem flachen Winkel auf das Substrat fokussiert und das resultierende Beugungsmuster, der Elektronen an der Wachstumsfront auf einem gegenüberliegenden fluoreszierenden Schirm abgebildet. Dieses variiert mit der Rauheit der Oberfläche auf dem Substrat und zeigt im Idealfall einen mit der Dauer des Wachstums einer Atomlage periodischen Intensitätswechsel.

#### 3.1.1 Stranski-Krastanov-Wachstum

Zur Herstellung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten InAs-QDs wurde das Stranski-Krastanov-Wachstum verwendet. Beginnend auf einer abgeschlossenen GaAs-Oberfläche in (001)-Richtung wird unter reduzierter Substrattemperatur InAs in Stößen (*shutter* wird geöffnet und geschlossen) von ca. 4 s angeboten. Die Gitterkonstanten von InAs und GaAs unterscheiden sich dabei um ca. 7 %, sodass sich nach einer nominell 1,5 ML dicken Schicht InAs [Benetzungsschicht - eng. *wetting layer* (WL)] selbstorganisierte Inseln ausbilden, in denen die entstandenen Gitterverspannungen relaxieren, s. Abb. 3.2 [81]. Die dabei entstehenden QDs haben im Allgemeinen einen Durchmesser im Bereich von 20 nm und eine Höhe im Bereich von 8 nm. Die Schwankung in der Größe des gesamten Ensembles folgt dabei einer Normalverteilung.

Anschließend werden diese InAs-Inseln mit GaAs teilweise oder vollständig überwachsen, sodass der dreidimensionale, nanoskopische Potentialeinschluss realisiert ist, wobei die Höhe des QDs die Lage der Energieniveaus beeinflusst (Kap. 2.2.2).

Da im Rahmen dieser Arbeit neben der Untersuchung einer Lage QDs, ebenfalls QDMs behandelt wurden, sei im Folgenden noch auf das Wachstum dieser eingegangen. Wie bereits beschrieben, weisen InAs und GaAs unterschiedliche Gitterkonstanten auf und dieser Versatz führt letztlich zur Ausbildung von InAs-Inseln. Während des Überwachsens dieser durch GaAs tragen die neuen Schichten über einige Atomlagen ein vergleichbares Stressfeld durch die Kristallstruktur in Wachstumsrichtung mit sich. In lateraler Richtung relaxiert dieses in kleineren Abständen als der mittlere Abstand der QDs zu einander. Wird nun eine erneute QD-Schicht wenige nm über der ersten mittels der selben Prozedur aufgebracht, stellen die Unebenheiten



**Abbildung 3.2:** (a) Schematischer Querschnitt von selbstorganisierten InAs-QDs mittels Stranski-Krastanov-Wachstum auf einer (001) GaAs-Oberfläche, basierend auf [33]. (b) Rasterkraftmikroskopie - eng. *atomic force microscopy* (AFM) Aufnahme von unbedeckten selbstorganisierten InAs-QDs auf GaAs [82]. (c) Transmissionselektronenmikroskopie - eng. *transmission electron microscopy* (TEM) Aufnahme des Querschnitts eines selbstorganisierten InAs-QDs und umgebener GaAs-Matrix [33] [Chauveau, J. (CRHEA) und Ludwig, A. (RUB)].

in der Wachstumsfront Kristallisationskeime dar, an denen sich die InAs-Inseln vornehmlich ausbilden. Dadurch wird durch rein epitaktische Prozesse eine gute räumliche sowie durch den geringen Abstand auch quantenmechanische Kopplung der QDs erzielt. Mit einem Abstand in z-Richtung im Bereich von ca. 5 nm treten dadurch Tunnelkopplung und molekulartige Phänomene durch Wechselwirkung der Energieniveaus untereinander auf.

#### Indium-*flush*-Technik

Für die kontrollierte Einstellung der Energieniveaus kann die Höhe der QDs in einem gewissen Bereich eingestellt werden. Im Rahmen der sog. *In-flush*-Technik wird ausgenutzt, dass die Sublimationstemperatur von InAs unter der von GaAs liegt [83]. Dabei werden die InAs-QD nur teilweise von GaAs überwachsen, sodass die freiliegenden Kuppen an der Oberseite der QDs durch entsprechende Erhöhung der Substrattempe-

taur abdampfen. Dies hat eine Reduzierung der effektiven Höhe der QDs und entsprechendem Anstieg der Grundzustandsenergie durch den engeren Potentialeinschluss in z-Richtung zur Folge.

Zu beachten ist, dass die Qualität des Einschlusses teilweise negativ durch dieses Verfahren beeinflusst wird. Dabei werden z. B. größere QD-Ensemble Inhomogenitäten beobachtet, sodass die Unterscheidbarkeit einzelner Ladezustände abnimmt [84]. Des Weiteren können höher angeregte Zustände je nach Reduzierung in z-Richtung nicht mehr im Potenzialtopf existieren.

#### 3.1.2 Probenstrukturen

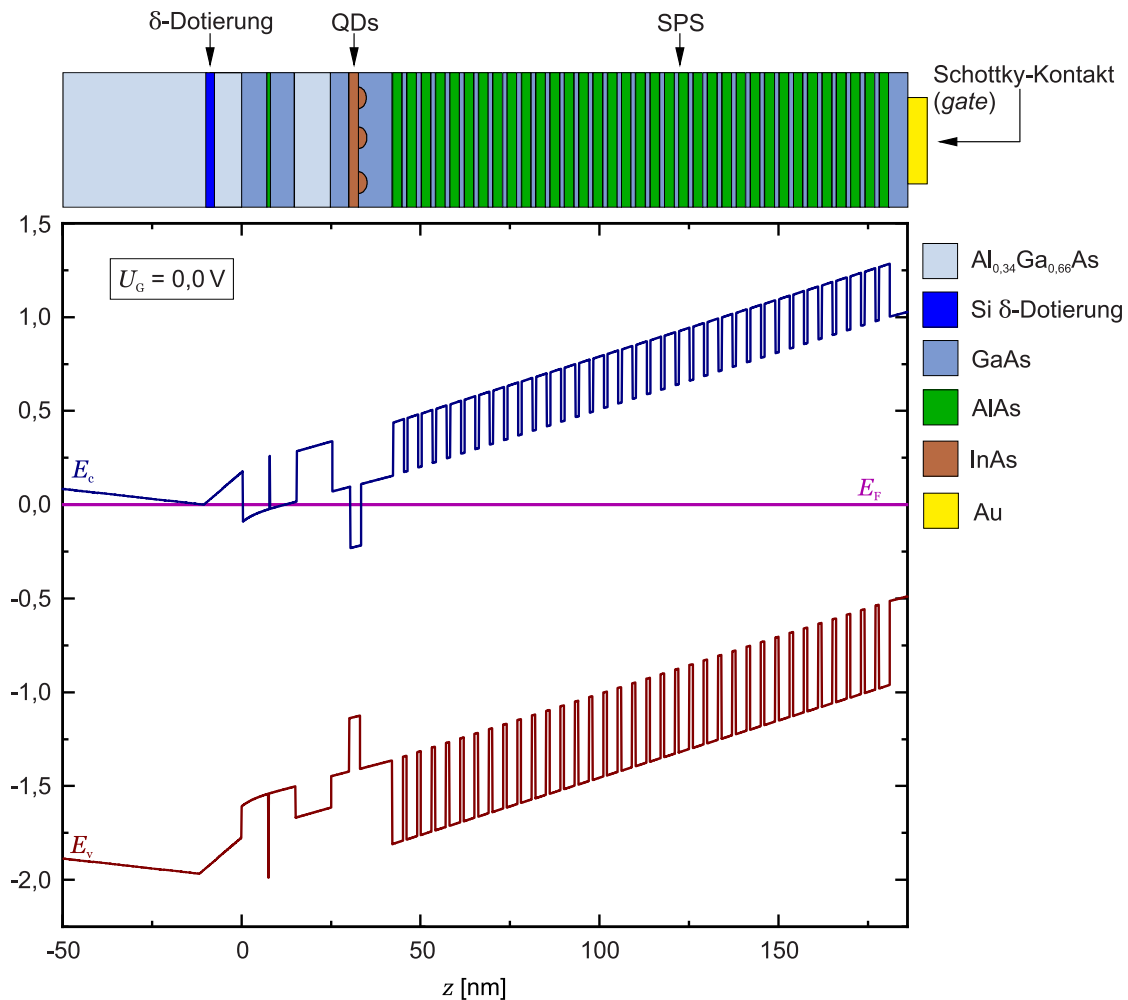
Alle in dieser Arbeit verwendeten Proben beinhalten eine invertierte HEMT-Struktur mit einem leitenden 2DEG-Kanal, welcher in Tunnelkontakt zu einer oder zwei Schichten von QDs steht [55, 85]. Zwar ist für das Verständnis der späteren Messergebnisse die Schichtabfolge der Halbleiter-Heterostruktur und die resultierende Bandstruktur von essentieller Bedeutung, für die konkreten Wachstumsparameter soll an dieser Stelle jedoch auf frühere Arbeiten verwiesen werden [86, 87]. Diese bieten dabei einen stärkeren Fokus auf dem MBE-Wachstum und weniger auf der elektronischen Charakterisierung.

##### Probe #14010 - Einzelne Lage Quantenpunkte

Die Schichtabfolge von Probe #14010g ist zusammen mit einer entsprechenden ein-dimensionalen Bandstruktursimulation [88] in Abb. 3.3 gezeigt. Beginnend auf einem (001)-orientierten GaAs-Substrat wurde eine 200 nm GaAs-Schicht aufgewachsen, welche Kristallfehler und Verunreinigungen des Substrats ausgleichen soll. Anschließend, zum Zwecke weiterer Glättungen, wurde ein kurzperiodisches Übergitter - eng. *short-periodic superlattice* (SPS) gewachsen, bestehend aus 40 Iterationen von jeweils 2 nm wechselnden Lagen AlAs und GaAs. Diese Technik sorgt dafür, dass bestehende Kristalldefekte sehr effektiv bereits nach 2 Abfolgen vollständig verschwinden und die Diffusion von Verunreinigungen aus dem Substrat unterdrückt wird [89].

Auf dem SPS wurde eine 300 nm dicke Schicht  $\text{Al}_{0,34}\text{Al}_{0,66}\text{As}$  und eine Modulationsdotierung mit Si (sog.  $\delta$ -Dotierung [90, 91]) gewachsen. Bei dieser Art der Dotierung werden für eine bestimmte Dauer alle *shutter* bis auf Si geschlossen, sodass folglich kein aktives Schichtwachstum stattfindet. Dies führt zu einer entsprechend hohen Dichte an Si-Atomen auf der Oberfläche des  $\text{Al}_{0,34}\text{Al}_{0,66}\text{As}$ . Diese können zwar bei ausreichend hoher Substrattemperatur und einer noch nicht vollständig kristallinen Wachstumsfront ein paar wenige Atomlagen in das Material diffundieren, es kann jedoch eine nahezu  $\delta$ -artige Dotierstoffkonzentration angenommen werden [92]. Auf diese folgt der *spacer* mit einer 16 nm dicken  $\text{Al}_{0,34}\text{Al}_{0,66}\text{As}$ -Schicht (Kap. 2.2.1) und eine 15 nm La-

### 3.1. Molekularstrahlepitaxie



**Abbildung 3.3:** (a) Schematische Schichtabfolge der invertierten HEMT-Heterostruktur mit einer Lage InAs-QDs zwischen 2DEG und Schottky-Kontakt (*gate*) von Probe #14010g. Die Schichten vor dem invertierten HEMT wurden ausgelassen, da sie im Wesentlichen zur Glättung des Substrats dienen, aber keinen weiteren Einfluss auf die untersuchten physikalischen Prozesse haben. (b) Entsprechende Leitungs- und Valenzbandstruktur, welche durch eine ein-dimensionale Poisson-Schrödinger Simulation [88] erhalten wurden. Grafik basierend auf [13].

ge GaAs. Aufgrund der größeren Bandlücke von  $\text{Al}_{0,34}\text{Al}_{0,66}\text{As}$  im Vergleich zu GaAs (Tab. 2.1) diffundierten die Elektronen aus der Si-Dotierung in den entstandenen, dreieckigen Potentialeinschluss. Dabei liegt die Fermi-Energie  $E_F$  über der Leitungsbandkante, sodass sich ein 2DEG mit einer hohen Elektronenbeweglichkeit ausbildet, s. Abb. 3.3.

An dieser Stelle soll eine 0,1 nm dünne Lage AlAs dem Zweck dienen, dass unter Anwendungen eines Magnetfeldes für etwaige Messungen von beispielsweise Spin-Zuständen in den QDs [93], das 2DEG keine oder zumindest nur unterdrückte Landau-Quantisierung aufweist [94].

Die anschließenden 10 nm  $\text{Al}_{0,34}\text{Al}_{0,66}\text{As}$  und 5 nm GaAs stellen die Tunnelbarriere

zwischen 2DEG und den darauf folgenden InAs-QDs dar. Diese werden dabei durch eine 8 nm GaAs-Schicht vollständig abgedeckt. Abschließend folgt ein erneutes SPS, welches diesmal dem Zweck dient, eine Isolation zwischen den QDs und dem sich darüber befindlichen Schottky-Kontakt zu schaffen. Zuletzt dient eine 5 nm GaAs-Schicht zum einen als Schutz vor Oxidationen des Al und zum anderen als Übergang für einen entsprechend guten Halbleiter-Metall-Kontakt.

### **Probe #14846 - Zwei gekoppelte Lagen Quantenpunkte**

Die Schichtabfolge von Probe #14846 ist sehr ähnlich aufgebaut, außer dass in diesem Fall eine zweite Lage InAs-QDs getrennt durch eine 5,4 nm dicke Schicht GaAs auf die Erste aufgebracht wurde. Des Weiteren ist die *flush*-Technik auf beide Lagen mit unterschiedlicher Stärke angewendet. Die erste Lage wurde dabei mit den entsprechenden 5,4 nm und die zweite Lage mit 6,2 nm GaAs überwachsen. Durch die stärkere Reduzierung der QD-Höhe der ersten Lage und unter Berücksichtigung der intrinsischen Bandverkipfung innerhalb der Probe (Abb. 3.4) soll erreicht werden, dass die Energieniveaus beider Lagen gleichartig mit dem Ladungsträgerreservoir (2DEG) koppeln können [95].

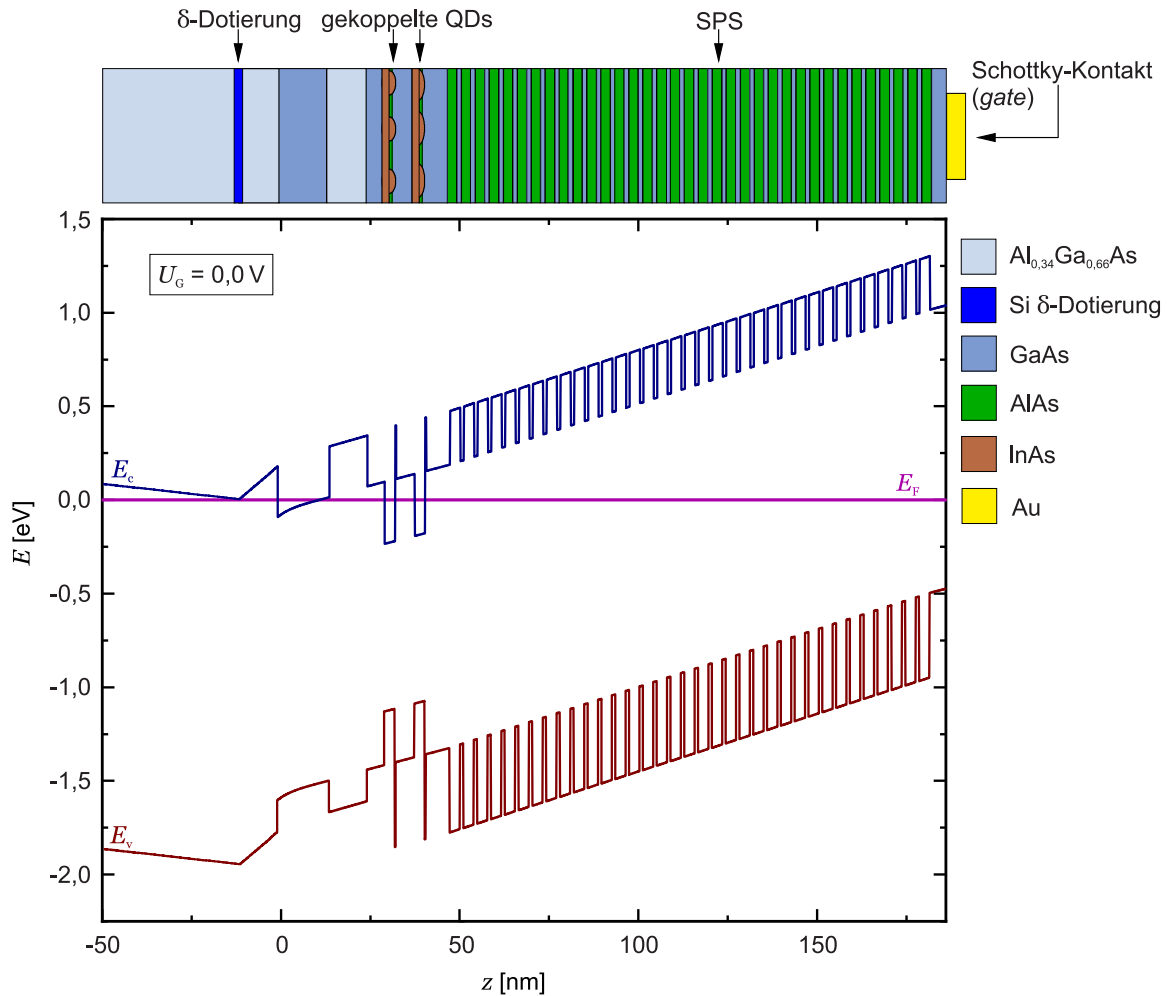
Darüber hinaus wurde direkt auf beide QD-Lagen eine 0,3 nm dicke AlAs-Schicht aufgebracht. Dies war eine zum Zeitpunkt des Probenwachstums neu entwickelte Technik, um Exzitonenzustände im WL zu unterdrücken [87, 96] und ist mittlerweile für optisch aktiven Proben gängige Praxis geworden. Analog zur vorigen Probe ist die Schichtabfolge und eine Bandstruktursimulation in Abb. 3.4 dargestellt.

## **3.2 Probenprozessierung und Funktionalität**

Die Probenprozessierung und deren Weiterentwicklung stellt einen Teil der in dieser Arbeit enthaltenen neuen Forschungsergebnisse dar [97]. An dieser Stelle wird auf die allgemeine Handhabung und die für elektronische Anwendungen typischen Prozessierungsschritte eingegangen.

Der erste Schritt nach dem MBE-Wachstum ist das Aufbringen eines Schutzlackes auf die Probenoberfläche, um das Material während Lagerung und Transport möglichst vor Schmutz und Oxidation zu schützen. Mit einem Diamantritzer wird aus dem *wafer* eine typischerweise 5 x 4 mm<sup>2</sup> große Probe entnommen. Dabei ist allgemein zu berücksichtigen, dass auf etwaige Gradienten insbesondere in der QD-Dichte geachtet wird. Mittels Aceton kann der Schutzlack entfernt werden und eine anschließende Reinigung durch Isopropanol schließt die Vorbereitung für die darauf folgende Photolithographie und nass-chemischen Ätzprozesse ab.

### 3.2. Probenprozessierung und Funktionalität

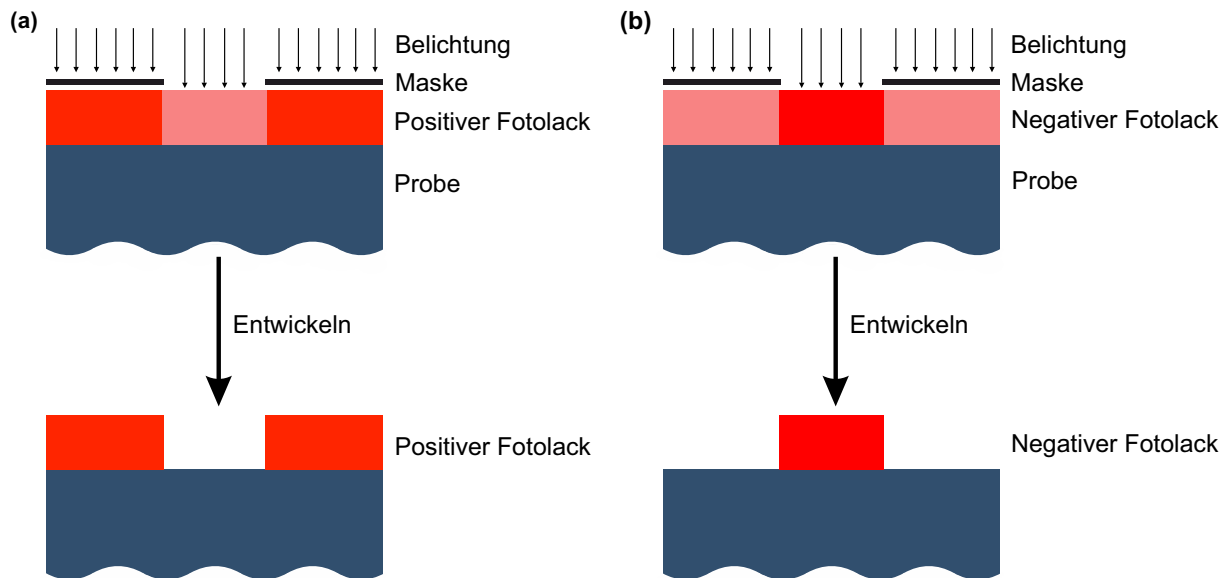


**Abbildung 3.4:** (a) Schematische Schichtabfolge der invertierten HEMT-Heterostruktur mit zwei gekoppelten Lagen InAs-QDs zwischen 2DEG und Schottky-Kontakt (*gate*) von Probe #14846v. Die Schichten vor dem HEMT wurden ausgelassen, da sie im Wesentlichen zur Glättung des Substrats dienen, aber keinen weiteren Einfluss auf die untersuchten physikalischen Prozesse haben. (b) Entsprechende Leitungs- und Valenzbandstruktur, welche durch eine eindimensionale Poisson-Schrödinger Simulation [88] erhalten wurden. Grafik basierend auf [13].

#### Laterale Strukturierung

Damit die gewachsene HEMT-Struktur elektronisch als Transistor funktionieren kann, muss die *gate*-Elektrode in der Lage sein, die Leitfähigkeit des 2DEGs definiert zu beeinflussen. Die sog. Mesa trennt dazu das 2DEG und die  $\delta$ -Dotierung in physisch und elektronisch von einander isolierte Bereiche. Bei dieser sog. lateralen Strukturierung wird eine Kontrasterzeugung mittels elektromagnetischer Strahlung angewandt. Hierzu nutzt man im Rahmen der Photolithografie die Absorption bzw. Transparenz einer Maske aus, um diese in eine auf die Probe aufgetragene Fotolackschicht zu projizieren, wobei zwischen positivem und negativem Lack unterschieden werden kann, s. Abb. 3.5. Allgemein erhalten die Lacke durch das eingestrahelte Licht eine veränderte

## 3.2. Probenprozessierung und Funktionalität

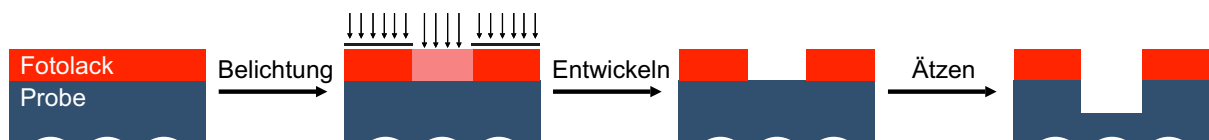


**Abbildung 3.5:** (a) Auf der Probenoberfläche aufgetragener positiver Fotolack. Dieser wird durch eine Maske belichtet, sodass nach dem Entwickeln die von der Maske nicht verdeckten Flächen gelöst werden können. (b) Ein negativer Fotolack führt entsprechend zum entgegengesetzten Ergebnis. Die Belichteten Flächen unter der Maske bleiben beim Entwickeln stehen. Grafik basierend auf [97].

Löslichkeit, sodass bei positivem Lack diese erhöht und bei negativem Lack verringert wird. Übliche Wellenlängen für die Belichtung liegen im Bereich von  $200 \text{ nm} \leq \lambda \leq 450 \text{ nm}$ . Anschließend werden durch Entwicklung bei positivem Lack die belichteten und bei negativem Lack entsprechend die unbelichteten Bereiche entfernt.

### Vertikale Strukturierung

Die photolithographische Vorbereitung dient im Folgenden der vertikalen Strukturierung der Proben. Durch eine Säure werden die darunterliegenden Halbleiterschichten in den Bereichen ohne Lackschicht abgetragen, s. Abb. 3.6. Dabei ist auf Zusammen-



**Abbildung 3.6:** Der vollständige, einstufige Lackprozess von links nach rechts: Die Probe wird mit positivem Lack belegt und mittels einer Maske an vordefinierten Stellen belichtet. Anschließend wird der Lack entwickelt und die belichteten Stellen des Lacks werden gelöst. Die Probe wird nun nass-chemisch geätzt, sodass freiliegendes Probenmaterial abgetragen wird. Grafik basierend auf [97].

setzung und Art des Ätzmittels, Temperatur und Konvektionsbedingungen zu achten. Die Ätzrate ist darüber hinaus abhängig von der Kristallorientierung.

Es wird zwischen nass-chemischen Ätz- und trockenen Ätzverfahren unterschieden,



wobei Erstere in einer Lösung und Letztere in der Gasphase stattfinden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde lediglich das nass-chemische Verfahren angewandt. Dieses basiert auf der Zusammensetzung von drei Bestandteilen, welche die Ätzlösung ergeben und aus einem Mittel zur Oxidation des Halbleiters (Säuren oder Basen; z. B.  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ), einem Oxidationsmittel (z. B.  $\text{H}_2\text{O}_2$ ) und einem Lösungsmittel (z. B.  $\text{H}_2\text{O}$ ). Beim Ätzvorgang gehen die Halbleiteratome unter Entnahme von Defektelektronen in die Lösung über. Ohne Korrelation dazu wird das Oxidationsmittel unter Entnahme von Elektronen aus dem Valenzband des Halbleiters reduziert. Von Vorteil ist bei dieser Methode, dass die Ätzrate durch die Zusammensetzung der Komponenten bei gleichzeitig guter Materialelektivität gut einstellbar ist und das Halbleitermaterial nicht geschädigt wird. Als negativer Punkt ist anzumerken, dass das Material isotrop geätzt wird und es dadurch zu Unterätzungen der Strukturen kommt [98, 99]. Auf die tatsächliche Ätztiefe in die Halbleiter-Heterostruktur wird im Rahmen der Messergebnisse in Kap. 5.1.4 ausführlich eingegangen. Allgemein ist jedoch zu sagen, dass die Ebene des 2DEGs zwischen den schlussendlich freistehenden HEMT-Strukturen auf der Probe durchtrennt werden muss.

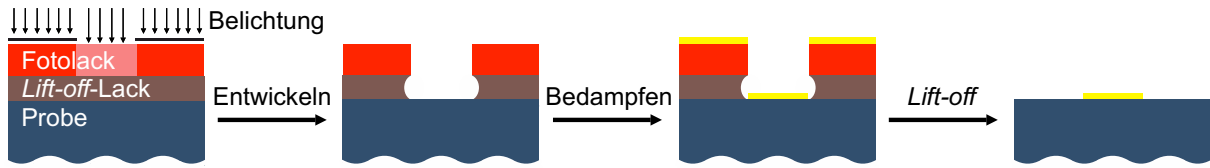
### **Metall-Strukturierung**

Nachdem in den vorangegangenen Schritten aus der flächigen Halbleiter-Heterostruktur einzelne, abgetrennte Bereiche in Form der Mesa herausgearbeitet wurden, soll im Folgenden auf die Herstellung der Metallkontakte eingegangen werden.

Zur Metallisierung der Halbleiteroberfläche (Zweistufiger Lackprozess) wird im ersten Schritt eine Schicht *Lift-off*-Lack auf den Halbleiter aufgetragen und darauf eine Schicht Fotolack. Analog zur vorigen Photolithographie wird dieser unter Anwendungen einer entsprechenden Maske belichtet und entwickelt, wobei zusätzlich zum Fotolack auch der *Lift-off*-Lack abgehoben wird. Nun wird die gesamte Oberfläche mit Metall bedampft und anschließend alle überschüssigen Bereiche durch Ablösung des *Lift-off*-Lacks entfernt, s. Abb. 3.7. Nur auf den zuvor lackfreien Bereichen bleibt das Metall erhalten. Durch diese Prozedur werden im Falle der verwendeten HEMTs zwei Ohmsche Kontakte aus einer NiGeAu-Legierung und ein dazwischen liegender Schottky-Kontakt (*gate*) aus Au mit Steuerwirkung auf das 2DEG aufgebracht. Für eine detaillierte Darstellung aller relevanten Werte soll an dieser Stelle auf die Parameterstudien in Kap. 5.1.4 verwiesen werden.

Damit die nun prozessierten Proben elektronisch angesteuert werden können, werden diese in einen sog. *chip-carrier* eingeklebt und mit sog. *bonds* leitend auf

### 3.2. Probenprozessierung und Funktionalität

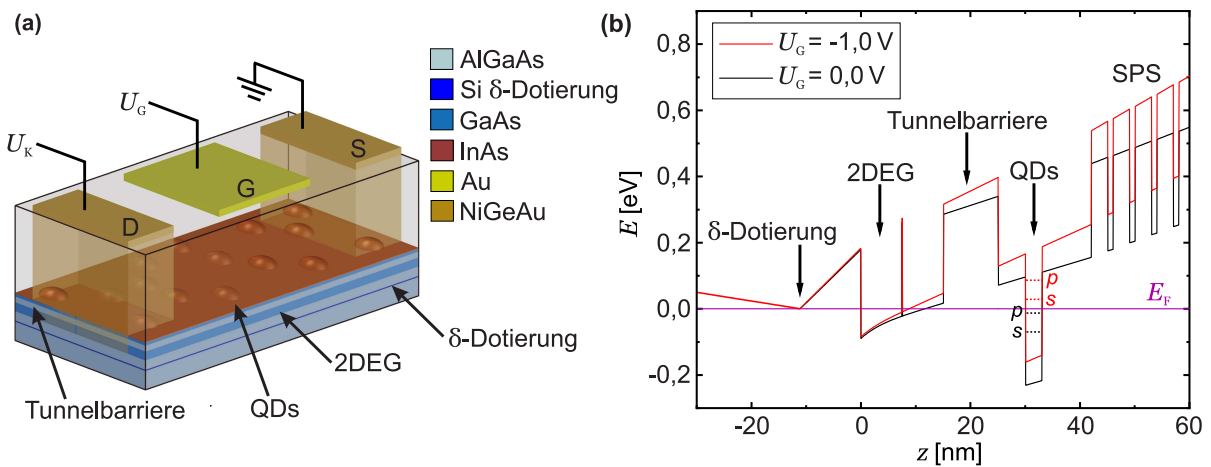


**Abbildung 3.7:** Der vollständige, zweistufige Lackprozess von links nach rechts: Die Probe wird mit dem sog. *Lift-off*-Lack und darüber mit positivem Lack belegt und mittels einer Maske an vordefinierten Stellen belichtet. Anschließend wird der Lack entwickelt und die belichteten Stellen des Lacks werden gelöst. Die Probe wird nun mit entsprechenden Metallen, abhängig von der Art des gewünschten Kontakts, bedampft. Zuletzt wird der *Lift-off*-Lack gelöst und mit ihm die ebenfalls bedampften Stellen, sodass letztlich an den vorher über die Maske definierten Stellen ein metallischer Kontakt übrig bleibt. Grafik basierend auf [97].

Goldkontakten angeschlossen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Verfahren und Parameterstudien zur Optimierung der elektronischen Kontaktierung durchgeführt und die Ergebnisse sind in Kap. 5.1.3 dargestellt.

#### Funktionalität der HEMT-Proben

In Abb. 3.8(a) ist eine schematische Darstellung der vollständig prozessierten HEMT-Struktur zu sehen. Einer der Ohmschen Kontakte, der sog. *source*-Kontakt (S) ist geerdet



**Abbildung 3.8:** (a) 3D Grafik der vollständig prozessierten HEMT-Struktur. Ohmsche NiGeAu *source*- (S) und *drain*-Kontakte (D) stellen den elektrischen Zugang zum 2DEG her. Durch Anlegen einer Spannung  $U_G$  am *gate*-Kontakt (G) kann das elektrische Feld zwischen 2DEG und *gate* eingestellt werden. (b) Bandstruktursimulation der Struktur aus (a) in der aktiven Region um 2DEG und QD für zwei verschiedene Spannungen  $U_G = -1,0$  V und  $U_G = 0,0$  V. Über diese *gate*-Spannung kann die Position der QD-Energieniveaus kontrolliert und in Resonanz zur Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs eingestellt werden. Grafik basierend auf [13].

und an dem anderen, sog. *drain*-Kontakt (D) liegt eine konstante Spannung  $U_K$  an, welche den Strom  $I_K$  durch den 2DEG-Kanal unter dem *gate* (G) treibt. Am Beispiel von Probe #14010 in Abb. 3.8(b) soll nun die Funktionalität der Ladungseinstellung der QDs über eine Spannung  $U_G$  am *gate* erläutert werden.

Da das 2DEG eine hohe Ladungsträgerdichte aufweist, wird das effektive elektrische Feld an dieser Stelle fast vollständig abgeschirmt. Um diesen Bereich verkippt sich jedoch die gesamte Bandstruktur und wird im Elektronenbild für  $U_G > 0$  V herab- und für  $U_G < 0$  V heraufgesetzt. Dadurch können die Energieniveaus der QDs sukzessive in Resonanz mit der Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs gebracht werden, s. Abb. 3.8(b). Tritt eine solche Resonanz auf, setzt ein Ladungstransfer vom 2DEG auf das Energieniveau des QDs in Form eines Tunnelprozesses ein und im umgekehrten Fall wird ein beladener QD-Zustand entvölkert. Zu beachten ist, dass die Bandstruktur selbst bei  $U_G = 0$  V nicht flach ist, sondern durch den Schottky-Kontakt des *gates* bereits eine eingebaute Spannung von  $U_{in} = 1,03$  V (Schottky-Barriere) vorliegt [100].

Die Verschiebung der Energiezustände  $\Delta E_{QD}$  innerhalb des QDs bei einer Gatespannungsänderung  $\Delta U_G$  ist durch die Geometrie und dem einfachen Ansatz eines Hebelarms gegeben, sodass gilt: [45]

$$\Delta E_{QD} = \frac{e}{\lambda} \cdot \Delta U_G. \quad (3.1)$$

Dabei ist  $\lambda = L_G/L_{QD}$  der Hebelarmfaktor mit dem Abstand  $L_G$  zwischen 2DEG und *gate* beziehungsweise der QD-Lage  $L_{QD}$ .

An allen in dieser Arbeit verwendeten HEMT-Strukturen wurden Hall-Messungen, zur Feststellung der Ladungsträgerdichte  $n$  und Beweglichkeit  $\mu$  des 2DEGs durchgeführt. Die Ergebnisse können den Wachstumsprotokollen im Anhang A.7 entnommen werden.

# 4 Experimentelle Methoden

In diesem Kapitel werden die Funktionalität und Parameter, der für die erhaltenen Ergebnisse verwendeten Messmethoden beschrieben. Dabei kann für die Charakterisierung und Untersuchung von Halbleiter-Heterostrukturen letztlich zwischen einem optischen und elektronischen Zugang unterschieden werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde im Wesentlichen ein elektronischer Zugang durch die Methode der Leitwert-Spektroskopie gewählt. In einem kleineren Umfang, zur ortsaufgelösten Feststellung der Molekülausbildung der gewachsenen QD-Proben, jedoch ebenso die Photolumineszenz-Spektroskopie als optische Charakterisierungsmethode.

## 4.1 Leitwert-Spektroskopie

Die Leitwert-Spektroskopie ist eine vielseitige, rein elektrische Messmethode, die allgemein zur Charakterisierung von Tunnelprozessen in und aus quantenmechanischen Systemen genutzt werden kann. Durch das Be- und Entladen der QDs, die in Tunnelkontakt zum 2DEG stehen, stellt die Änderung des Leitwerts über eine sich verändernde Ladungsträgerdichte  $n$  ein sehr sensitives Maß für den Ladungszustand der QDs dar [55]. In vorangegangenen Studien wurden mittels dieser Methode Gleichgewichts- und nicht-Gleichgewichtsphänomene in selbstorganisierten InAs-QDs untersucht [54, 55, 61, 101–105].

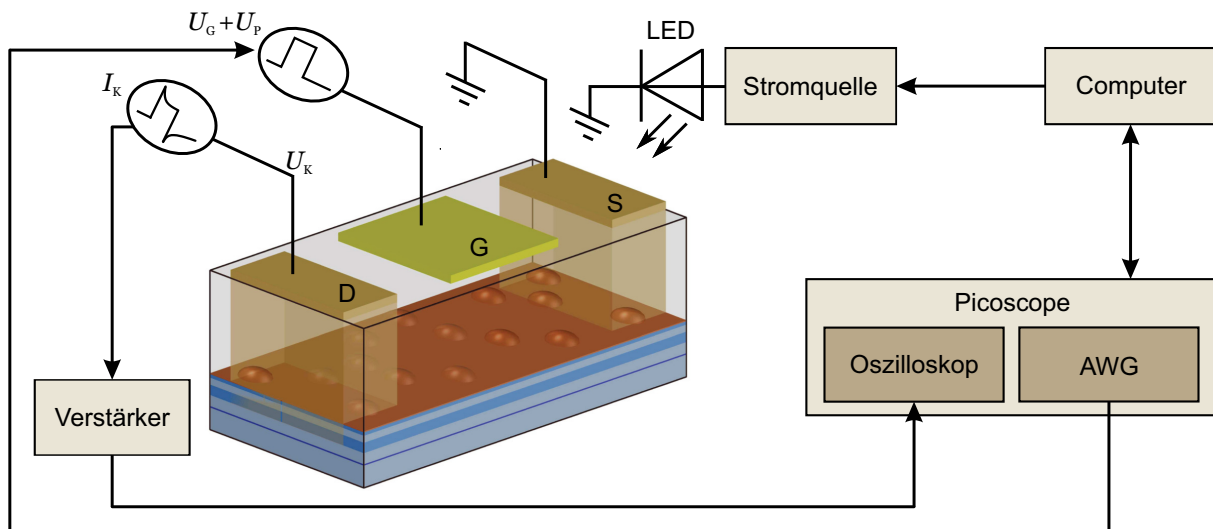
Im Vergleich zu anderen elektrischen Methoden, wie z. B. der Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie, ermöglicht diese Methode direkten Zugang zur zeitlichen Entwicklung des aktuellen Ladungszustandes. Darüber hinaus können nicht-Gleichgewichtszustände in den QDs eingestellt werden und quantenmechanische Entartung der Energieniveaus sind direkt sichtbar.

### Messaufbau

Der *chip-carrier* mit der darauf befestigten Probe befindet sich während der Leitwert-Spektroskopie-Messungen in einem Probenhalter, der in flüssiges Helium (LHe) bei  $T = 4,2\text{ K}$  eingetaucht ist und den elektrischen und optischen Zugang zu den sich außerhalb befindlichen Messgeräten herstellt. Der Aufbau besteht im verwendeten Fall aus einem PicoScope 5000D, welches 4 Oszilloskop-Eingänge und zusätzlich einen

## 4.1. Leitwert-Spektroskopie

Arbiträr-Funktionsgenerator - eng. *arbitrary waveform generator* (AWG) beherbergt. Zur Verstärkung des 2DEG-Stroms  $I_K$  dient ein flexibler Strom-Spannungswandler (Stanford Research Systems SR570), und eine Stromquelle (Keithley 236 Source Measure Unit) versorgt eine 950 nm Leuchtdiode - eng. *light-emitting diode* (LED) zur kontrollierten Beleuchtung der Probe. Alle Geräte werden durch ein - im Rahmen der Arbeit - erstelltes LabView-Programm gesteuert, das gleichzeitig die Ergebnisse ausliest und verarbeitet. Eine schematische Skizze des Aufbaus ist in Abb. 4.1 dargestellt.



**Abbildung 4.1:** Schematischer Messaufbau für die Leitwert-Spektroskopie. Ein AWG, als Teil des PicoScopes, generiert eine Sequenz von Spannungspulsen  $U_G$  am *gate*-Kontakt (G) der HEMT-Struktur. Der *source*-Kontakt (S) ist geerdet und über den *drain*-Kontakt (D) wird mittels einer Gleichspannung  $U_K$  ein Strom  $I_K$  durch das 2DEG getrieben und über einen Strom-Spannungswandler aufgenommen, verstärkt und als Spannung auf das Oszilloskop des PicoScope gegeben. Eine Stromquelle versorgt eine LED zur Beleuchtung der Probe. Die gesamte Messung und alle Geräte werden dabei über ein LabView-Programm gesteuert. Grafik basierend auf [13].

Der AWG ist mit dem *gate* der Probe verbunden und gibt zeitaufgelöste Spannungspulse  $U_P$  aus, welche auf die bereits eingeführte DC-Spannung  $U_G$  aufaddiert werden. Die Form dieser Pulssequenz kann dabei durch das LabView-Programm definiert werden. Zeitlich korreliert zur Spannung wird ein Strompuls definierter Länge zur Beleuchtung der Probe auf die LED gegeben.

Die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  hängt nach Gl. 2.15 linear mit der Ladungsträgerdichte  $n$  zusammen, sodass der Strom  $I_K$  bzw. Leitwert

$$G = \frac{I_K}{U_K} \quad (4.1)$$

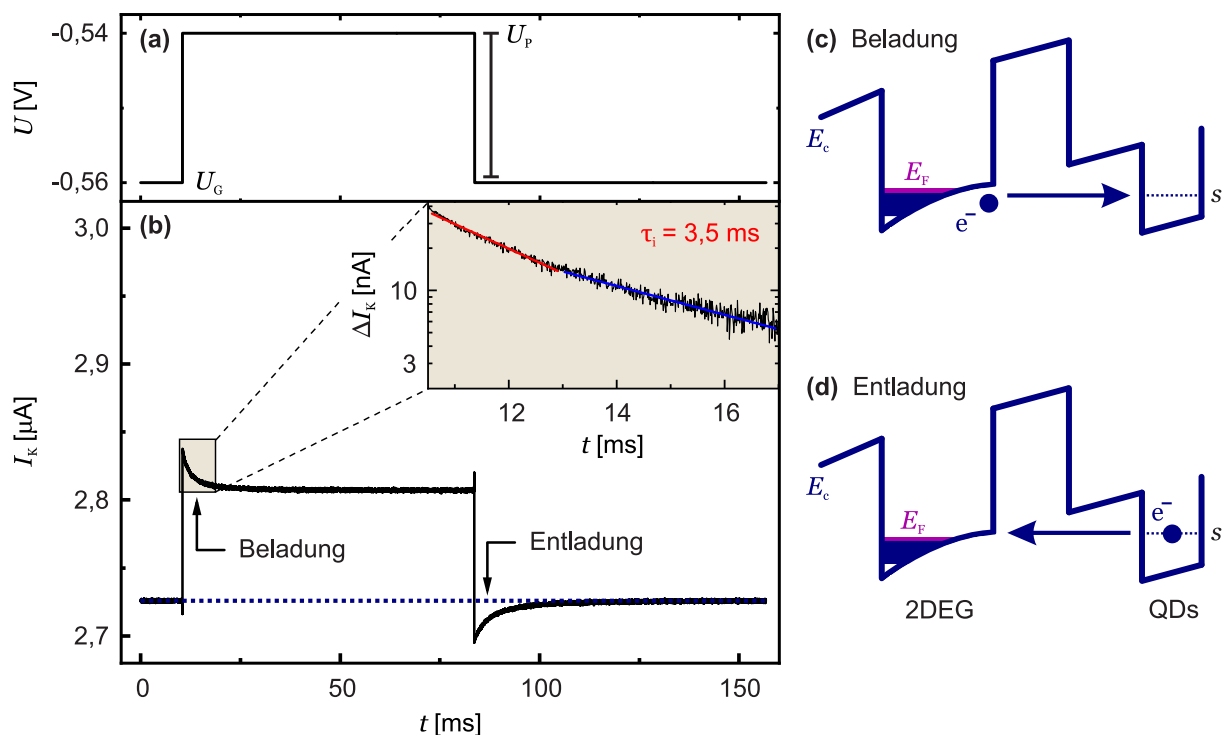
durch das 2DEG mit den Spannungspulsen am *gate* moduliert wird. Dieser wird über den Strom-Spannungswandler aufgenommen, verstärkt und als Spannung auf einen

16 bit Eingang am Oszilloskop gegeben.

Um stochastisches Rauschen zu reduzieren, wird die Pulssequenz je nach erforderlicher Genauigkeit wiederholt und arithmetisch gemittelt. Um den zeitlichen Aufwand bei vielen tausend Mittelungen möglichst gering zu halten, wurde die Pulsausgabe durch das PicoScope im Rahmen dieser Arbeit optimiert, damit die Phasentreue der Pulse zueinander und zu dem zeitlich korrelierten Beleuchtungspuls erhalten bleibt, s. dazu Anhang A.1.

### Messkonzept

Um die Tunneldynamik von Elektronen zwischen dem 2DEG und den QDs zu untersuchen, wird im Allgemeinen eine Pulssequenz, bestehend aus einem rechteckigen Spannungspuls auf das *gate* gegeben, s. Abb. 4.2(a). Wenn ein positiver Spannungspuls



**Abbildung 4.2:** (a) Positiver, rechteckiger Spannungspuls  $U_P$  addiert zu einer DC-Spannung  $U_G$  am *gate*. (b) Zeitliche Antwort des 2DEGs auf die zeitliche Veränderung der *gate*-Spannung mit den entsprechenden Be- und Entladetransienten durch Ladungsaustausch mit den QDs. Nach dem vollständigen Entladen befindet sich das 2DEG wieder im Gleichgewichtszustand. Die Vergrößerung zeigt den annähernd exponentiellen Abfall der Beladetransiente auf einer halb-logarithmischen Skala mit zwei gut separierbaren Zeitkonstanten. Der größte Abfall findet dabei mit Zeitkonstante  $\tau_1$  statt. (c,d) Schematische Darstellung der QD-Be- und Entladung aufgrund von Elektronentunneln vom 2DEG in die QDs (c) und zurück (d). Grafik basierend auf [13].

$U_P$  angelegt wird, steigt der Strom  $I_K$  im 2DEG aufgrund einer erhöhten Ladungsträgerdichte  $n$  innerhalb weniger Mikrosekunden an [Abb. 4.2(b)]. Darüber hinaus wird

die Bandstruktur nach unten verkippt, sodass bei ausreichend positiver Spannung ein Energieniveau im QD [ $s$ -Niveau im Bsp. von Abb. 4.2(c)] energetisch unter die Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs gelangt und einen Tunnelprozess mit einer Rate  $1/\tau$  ermöglicht. Wie im Bsp. von Abb. 4.2(b) gezeigt, nimmt der 2DEG-Strom durch den effektiven Ladungstransfer - in Form einer Transiente - exponentiell im Bereich von  $t = 10$  ms bis  $t = 20$  ms mit einer oder mehrerer charakteristischer Zeitkonstanten  $\tau_i$  ab. Wie näherungsweise im Einschub in Abb. 4.2(b) dargestellt, können die tatsächlichen Zeitkonstanten für die charakteristischen Tunnelprozesse mittels Kurvenanpassungen durch größtenteils unabhängige Exponentialfunktionen an den Transienten erhalten werden (zu beachten ist die halb-logarithmische Darstellung).

Nachdem der positive Spannungspuls bei  $t = 80$  ms endet, nimmt der 2DEG-Strom entsprechend ab und liegt anschließend unter dem Gleichgewichtswert vor Beginn der Sequenz. Der Grund für diese Differenz liegt darin, dass das Umladen des 2DEG typischerweise deutlich schneller ist, als das der QDs, die deshalb zum Zeitpunkt der Spannungsänderung noch beladen sind. Da die Fermi-Energie  $E_F$  nun jedoch unter dem  $s$ -Niveau liegt, setzt ein rückläufiger Tunnelprozess ein, welcher die Ladungsträgerdichte  $n$  im 2DEG wieder anreichert, s. Abb. 4.2(d). Dies resultiert für  $t > 80$  ms in einer inversen Transiente des 2DEG-Stroms mit  $\tau_f$  als charakteristischer Zeitkonstante.

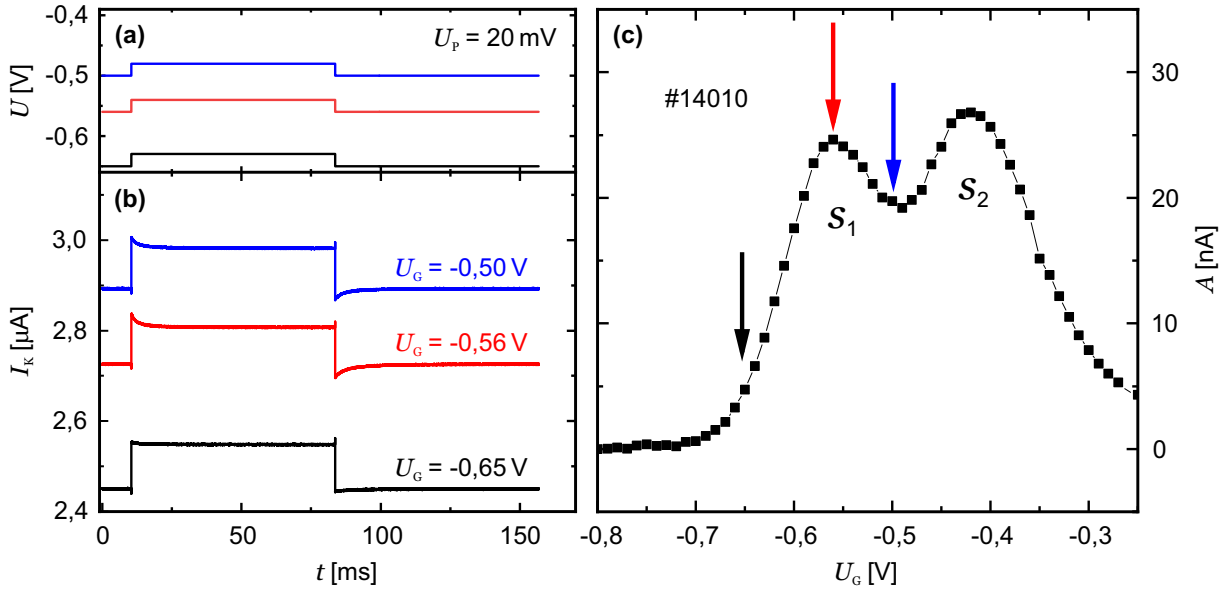
### Einsatzmöglichkeiten

Wie im letzten Abschnitt beschrieben, wird ein rechteckige Spannungspuls definierter Höhe zur Einstellung bestimmter Ladungszustände in den QDs genutzt. Auf Grundlage vorangegangener Studien [54, 101] ergeben sich daraus zwei wesentliche Anwendungsmöglichkeiten, welche im Folgenden erklärt werden.

#### 1. Quasi-Gleichgewichtsmessungen

Im Falle von Leitwert-Spektroskopie im quasi-Gleichgewicht liegt die Pulsamplitude typischerweise im Bereich  $10 \text{ mV} \leq U_P \leq 40 \text{ mV}$  und ist damit kleiner, als der energetische Abstand ( $\hbar\omega_0 \approx 50 \text{ meV}$ ) und die Coulomb-Abstoßung ( $E_C \approx 20 \text{ meV}$ ) der einzelnen Energieniveaus in den QDs. Dadurch wird mit jedem Puls maximal nur ein einzelnes Energieniveau pro QD in Resonanz gebracht und darüber hinaus nur ein kleiner Teil, der im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich untersuchten QD-Ensembles, gleichzeitig beladen.

Durch die zusätzlich anliegende DC-Spannung  $U_G$  am *gate* wird die Bandstruktur verkippt und die einzelnen Energieniveaus kontrolliert in Resonanz mit der Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs gebracht, s. Abb. 4.3(a) [54]. Durch schrittweises Erhöhen, mit Änderungen  $\Delta U_G$  in Größenordnung der Pulsamplitude, können die Energieniveaus sukzessive beladen werden. Die Größe der Transiente ist dabei



**Abbildung 4.3:** (a) Spannungspuls in Höhe von  $U_P = 20 \text{ mV}$  bei drei verschiedenen DC-Spannungen  $U_G$  am *gate*. (b) Die resultierenden Antworten des 2DEGs  $U_K$ . (c) Die, mittels Exponentialfunktionen an den Transienten erhaltenen Amplituden  $A$  für DC-Spannungen, bei der am QD-Ensemble von Probe #14010 der  $s_1$ - und  $s_2$ -Zustand beladen wird. Grafik basierend auf [13].

proportional zur Anzahl an QDs, die gleichzeitig in Tunnelkontakt zum 2DEG stehen, vgl.  $U_G = -0,65 \text{ V}$  und  $U_G = -0,56 \text{ V}$  in Abb. 4.3(b,c). Im Gleichgewichtsfall lässt diese sich im hauptsächlichen Beitrag durch eine Exponentialfunktion

$$Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.2)$$

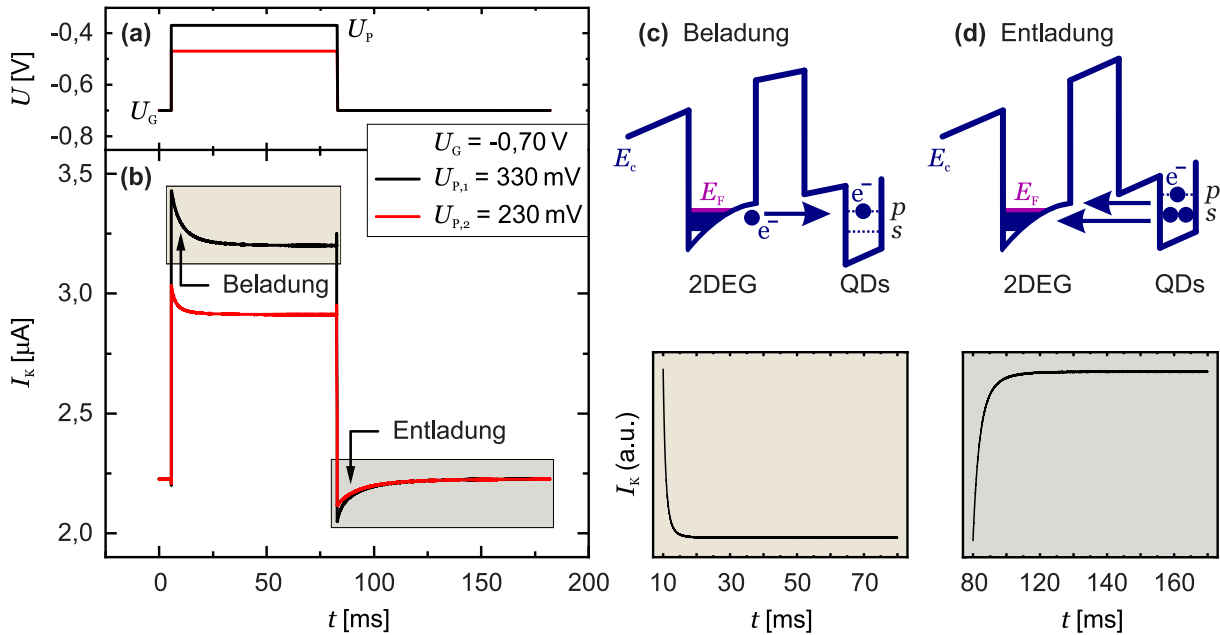
zur Bestimmung der Zeitkonstanten  $\tau$  und Amplitude  $A$  annähern, s. Abb. 4.2(b). Als Resultat der Berechnung aller Amplituden  $A$  für den entsprechenden DC-Spannungsbereich, zur Beladung der QD-Zustände, ergibt sich ein Spektrum gemäß Abb. 4.3(c).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden neben Gleichgewichtsmessungen an einer Schicht QDs ebenfalls QDMs untersucht sowie nicht-Gleichgewichtsmessungen an beiden Systemen. In diesen Fällen sind die Transienten nicht länger hinreichend gut durch eine oder zwei separierte Exponentialfunktionen anzunähern, sondern nur durch eine Überlagerung mehrerer. Da dies nicht länger auf ein standardmäßiges Minimalisierungsproblem zurückzuführen ist, werden in Kap. 5.1.5 die theoretischen und mathematischen Grundlagen für die sog. inverse Laplace-Transformation beschrieben, womit ein Zugang zur erhöhten Komplexität der Transienten ermöglicht wird.



## 2. Nicht-Gleichgewichtsmessungen

Um mittels Leitwert-Spektroskopie nicht-Gleichgewichtstunneln untersuchen zu können, müssen die QDs intentionel in einen nicht-Gleichgewichtszustand gebracht werden. Im Unterschied zu quasi-Gleichgewichtsmessungen bleibt die DC-Spannung  $U_G$  prinzipiell konstant und die Pulsamplitude  $U_P$  wird sukzessive erhöht, respektive verringert, s. Abb. 4.4(a). Bei ausreichender Höhe kön-



**Abbildung 4.4:** (a) Spannungspuls in Höhe von  $U_P = 230 \text{ mV}$  und  $U_P = 330 \text{ mV}$  bei fester DC-Spannung  $U_G = -70 \text{ mV}$  am *gate*. (b) Die resultierenden Antworten des 2DEGs  $I_k$ . (c,d) Schematische Darstellung von nicht-Gleichgewicht-Tunnelprozessen zwischen 2DEG und QDs sowie die korrespondierenden Transienten für die Beladung (c) und Entladung (d). Grafik basierend auf [13].

nen mehrere Energiezustände in den QDs gleichzeitig bzw. sequentiell beladen werden, was im Allgemeinen temporäre nicht-Gleichgewichtszustände innerhalb der Beladung der Energieniveaus zur Folge hat, s. Abb. 4.4(c,d). Ist der Puls dabei von ausreichender Länge, können Umladungen zwischen den Energieniveaus in Richtung eines Gleichgewichts stattfinden, sodass der inverse Prozess nach dem Puls deutlich verändert sein kann [Abb. 4.4(e)]. Je größer diese Unterschiede ausfallen, desto ungünstiger ist im Allgemeinen der provozierte nicht-Gleichgewichtszustand [101].

Aufgrund mehrerer, überlagerter Tunnelprozesse bei dieser Art von Messung, können die Transienten nicht durch einzelne, unabhängige Exponentialfunktio-

## 4.1. Leitwert-Spektroskopie

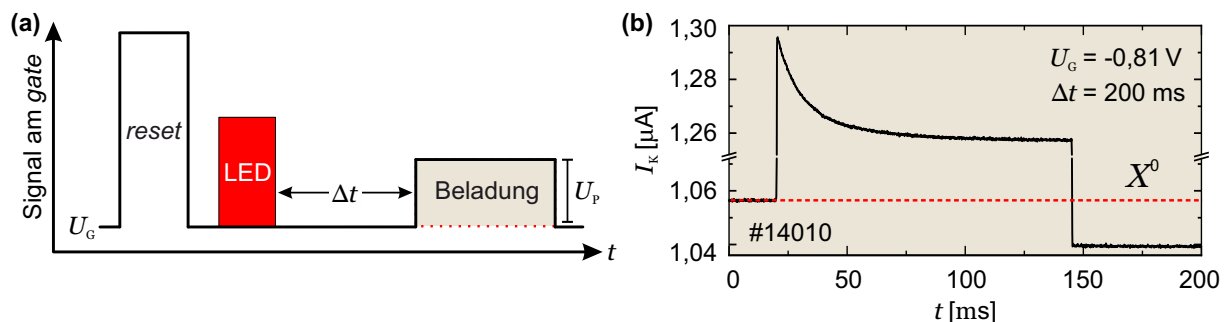
nen beschrieben werden, sondern durch eine Summe gemäß

$$\sum_i A_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}. \quad (4.3)$$

Deshalb wird, wie im Falle der quasi-Gleichgewichtsmessungen an QDMs, ebenfalls die inverse Laplace-Transformation verwendet.

### 3. Gepulste Beleuchtung

Die beiden vorigen Einsatzmöglichkeiten können beide, insbesondere aber Messungen im Quasi-Gleichgewicht, um einen Beleuchtungspuls mittels einer LED erweitert werden. Dafür wird die Pulssequenzen am *gate* mit einem sog. *reset*-Puls hoher Amplitude begonnen, um etwaige lichtinduzierte Löcher durch Fluten der QDs mit Elektronen zu annihilieren. Des Weiteren kommt ein zeitlich korrelierter Beleuchtungspuls durch die LED hinzu, schematisch in der Sequenzskizze in Abb. 4.5(a) dargestellt. Nach dem *reset*-Puls sind die QDs vollständig



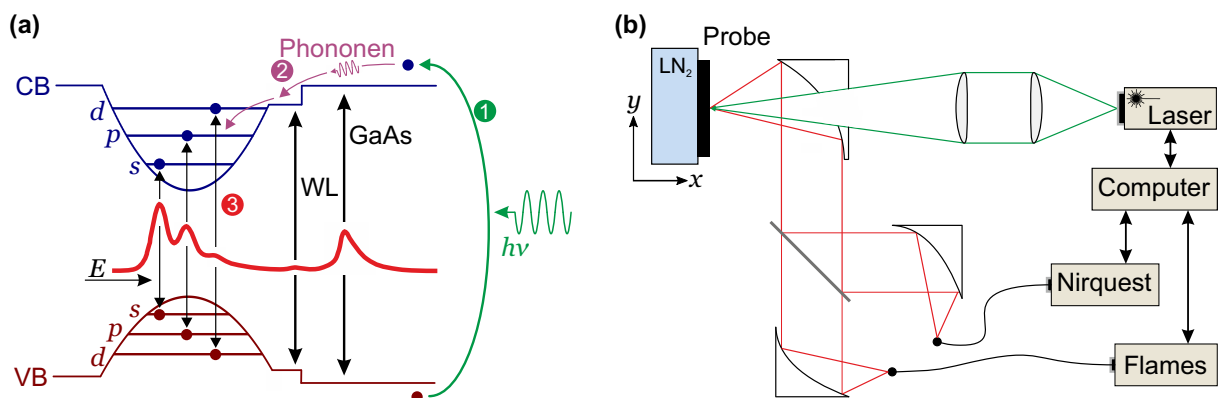
**Abbildung 4.5:** (a) Schematische Sequenz aus Spannung am *gate* und dem zeitlich korrelierte Beleuchtungspuls über eine LED. Zu Beginn flutet der *reset*-Puls die QDs mit Elektronen, wodurch restliche Lochzustände in den QDs annihiliert werden und für die Mittelungen der gleiche Ausgangszustand vorherrscht. Zwischen Beleuchtung und Spannungspuls  $U_P$  liegt eine einstellbare Pause  $\Delta t$ . (b) Resultierende Transiente am Spannungspuls  $U_P$  nach einer Wartezeit  $\Delta t = 200 \text{ ms}$  am Beispiel des  $X^0$ -Zustands bei  $U_G = -0,81 \text{ V}$  von Probe #14010. Durch Annihilation von tunnelnden Elektronen mit lichtinduzierten Löchern in den QDs ist der 2DEG-Strom  $I_K$  nach dem Spannungspuls geringer [71].

von Löchern befreit, sodass für die Mittelungen über mehrere Sequenzen immer der gleiche Ausgangszustand vorherrscht. Durch die anschließende Beleuchtung werden Elektron-Loch-Paare in der Struktur angeregt, welche bei entsprechender *gate*-Spannung  $U_G$  von einander getrennt werden können, sodass sich Löcher in den QDs sammeln, vgl. Abb. 2.10(a). Abhängig von  $U_G$  befindet sich das System QDs, 2DEG während und temporär nach der Beleuchtung in einem nicht-Gleichgewichtszustand.

Nach einer definierten Pause  $\Delta t$  wird analog zur Messung im quasi-Gleichgewicht ein Spannungspuls  $U_P$  zum Auslesen des aktuellen Ladungszustands der QDs auf das *gate* gegeben. Sind die QDs nach dieser Zeit noch mit Lochzuständen beladen, können bei entsprechender *gate*-Spannung durch tunnelnde Elektronen, Exzitonenzustände in der Transiente gemessen werden, beispielhaft für ein  $X^0$  [Abb. 2.10(b)] in Abb. 4.5(b) dargestellt. Charakteristisch ist dabei, dass der 2DEG-Strom  $I_K$ , aufgrund von Annihilation der Ladungsträgern durch Elektronen-Loch-Rekombination in den QDs, nach der Transiente kleiner ist, als vor dem Puls. Entsprechend tritt auch keine inverse Transiente durch das Entladen der QDs auf. Dabei ist zu beachten, dass durch die positiv geladenen QDs die Energieniveaus im Vergleich zum Quasi-Gleichgewicht bereits bei negativeren *gate*-Spannungen resonant an das 2DEG koppeln [71].

## 4.2 Photolumineszenz-Spektroskopie

Ein optischer Zugang zur Beschaffenheit von Halbleiter-Heterostrukturen und den quantenmechanischen Prozessen in Potentialeinschlüssen bietet die Photolumineszenz-Spektroskopie. In Abb. 4.6 ist schematisch der verwendete Messaufbau und zugrundeliegende Mechanismus dargestellt. Allgemein gibt die



**Abbildung 4.6:** (a) Optische Anregung von Elektron-Loch-Paaren innerhalb der Halbleiter-Heterostruktur durch einen Laser mit Wellenlänge  $\lambda_L = 516$  nm. Anschließend relaxiert ein Teil der Ladungsträger über Wechselwirkung mit Phononen in die QDs. Das resultierende Photolumineszenz-Spektrum bildet die Energien  $E$  bzw. Wellenlängen  $\lambda$  der Rekombinationskanäle innerhalb der Struktur ab. (b) Schematische Abbildung des verwendeten Photolumineszenz-Spektroskopie-Aufbaus. Der Anregungslaser ist auf die, mit flüssigem Stickstoff ( $\text{LN}_2$ ) gekühlte Probe fokussiert. Das abgestrahlte Licht wird über eine Reihe von Parabolspiegeln und einem Strahlteiler in zwei Spektrometer mit einer Si (Flames) und einer AlGaAs (Nirquest) CCD-Zeile geleitet.

Photolumineszenz-Spektroskopie Aufschluss über die verschiedenen Rekombinationskanäle von Elektronen und Löchern (Exzitonen, s. Kap. 2.3.1) und deren Energie

## 4.2. Photolumineszenz-Spektroskopie

---

$E$  bzw. Wellenlängen  $\lambda$ . Die Probe wird zur Messung in einen Kryostaten gegeben und ist über eine Kupferplatte an ein Bad aus flüssigem Stickstoff ( $\text{LN}_2$ ) angebunden, wodurch die Messungen entweder bei Raumtemperatur oder  $T = 77\text{ K}$  durchführbar sind. Der Kryostat ist an zwei Schrittmotoren befestigt, sodass die volle Fläche eines 3 Zoll MBE-*wafers* ortsaufgelöst vermessen werden kann. Ein Laser mit einem Durchmesser des Fokuspunkts von ungefähr  $150\ \mu\text{m}$  und einer Wellenlänge  $\lambda_L = 516\text{ nm}$  - ausreichend für alle Bandlückenenergien  $E_g$  - sorgt für die Anregung von Elektron-Loch-Paaren in der Halbleiter-Heterostruktur. Diese werden aufgrund der Probenstruktur im Leitungs- und Valenzband separiert und relaxieren zum Teil über nicht-strahlende Wechselwirkung mit Phononen in die QDs. Die Rekombinationsprozesse und das resultierende Spektrum sind schematisch in Abb. 4.6(a) dargestellt.

Direkt vor der Probe befindet sich ein parabolischer Spiegel, welcher auf möglichst großer Fläche das durch die Elektron-Loch-Rekombination ausgesandte Licht einsammelt. Durch einen mittigen Durchlass gelangt die Strahlung des Anregungslasers durch den Spiegel auf die Probe. Das eingesammelte Licht wird kollimiert auf einen Strahlteiler gegeben und anschließend auf zwei optischen Pfaden mittels fokussierender Spiegel in Glasfasern geleitet. Diese leiten das Licht in zwei Spektrometer, eines mit einer CCD-Zeile aus Si (Flames: Wellenlängenbereich  $340\text{ nm} - 1020\text{ nm}$ ) und eines mit einer CCD-Zeile aus InGaAs (Nirquest: Wellenlängenbereich  $900\text{ nm} - 1715\text{ nm}$ ). Durch die Verwendung von Spiegeln - für den gesamten Strahlpfad - ist das Signal frei von jeglicher sphärischer sowie vor allem chromatischer Abberation bzw. Dispersion [106]. Alle beteiligten Geräte werden über ein LabView-Programm gesteuert, die Ergebnisse ausgelesen und verarbeitet, s. Abb. 4.6(a).

Da die energetische Höhe der Zustände in den QDs von ihrer physischen Größe abhängt und diese beim selbstorganisierten Stranski-Krastanov-Wachstum (Kap. 3.1.1) im QD-Ensemble normalverteilt ist, sind folglich die Rekombinationsenergien im Photolumineszenzspektrum ebenfalls normalverteilt, s. Abb. 4.6(a). Durch ein lehrstuhleingenes MatLab Programm [107] werden die ortsaufgelösten Photolumineszenz-Spektren verarbeitet und mittels Normalverteilungen (Gauß-Kurven) die genauen Energiepositionen und Halbwertsbreiten berechnet. Dadurch können Rückschlüsse auf die Homogenität des QD-Ensembles sowie die Qualität des Einschlusspotentials gezogen werden.

# 5 Ergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse dargestellt, die mittels Leitwert-Spektroskopie an einem Ensemble von einzelnen und gekoppelten QDs (Kap. 3.1.2) erzielt wurden. Aufbauend auf Vorarbeiten von Labud [86] wurde der bestehende Leitwert-Spektroskopie-Messaufbau sowie die Auswertung der Transienten erweitert und darüber hinaus sind Verbesserungen an den HEMT-Strukturen vorgenommen worden.

Neben den messtechnischen Entwicklungen wurde auf Grundlage der Arbeit von Labud [86] die optisch angeregte Lochspeicherung an einer Schicht QDs untersucht und auf QDMs ausgeweitet sowie Tunnel- und Annihilationsdynamiken von Elektronen und Löchern im quasi-Gleichgewicht und nicht-Gleichgewicht an beiden Systemen spektroskopiert.

## 5.1 Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

Da die Anforderungen an den Leitwert-Spektroskopie-Messaufbau im Punkt Flexibilität und Geschwindigkeit gestiegen waren, ist dieser im Rahmen der Arbeit grundlegend umgebaut worden. Dazu kam das PicoScope Oszilloskop 5000D mit integriertem AWG zum Einsatz sowie ein LabView-Programm, welches Messung und Auswertung mit beliebigen Pulssequenzen ermöglicht. Ebenso wurden zusammen mit Düputell [108] Studien durchgeführt, um die Spannungsfestigkeit des *gate*-Kontakts zu erhöhen sowie mit Farny [97] zur Reduzierung der Widerstände von *source* und *drain*.

Darüber hinaus ist die Auswertung der Leitwert-Transienten grundlegend überdacht worden, wodurch in Kooperation mit der Arbeit von Nguyen [109] schlussendlich die inverse Laplace-Transformation, als mathematische Methode zur Berechnung multi-exponentieller Zusammenhänge eingeführt und verwendet wurde.

### 5.1.1 Rauschoptimierung des Messaufbaues

Zur Bestimmung des mittleren Ladungszustandes eines QD-Ensembles nutzt die Leitwert-Spektroskopie den Leitwert eines in Tunnelkontakt stehenden 2DEGs und der Kanalstrom  $I_K$  stellt dabei - im Wesentlichen über die Ladungsträgerdichte  $n$  - ein zeitaufgelöstes, sensitives Maß dar [55]. Nach Kap. 2.4 ist bekannt, dass in elektroni-

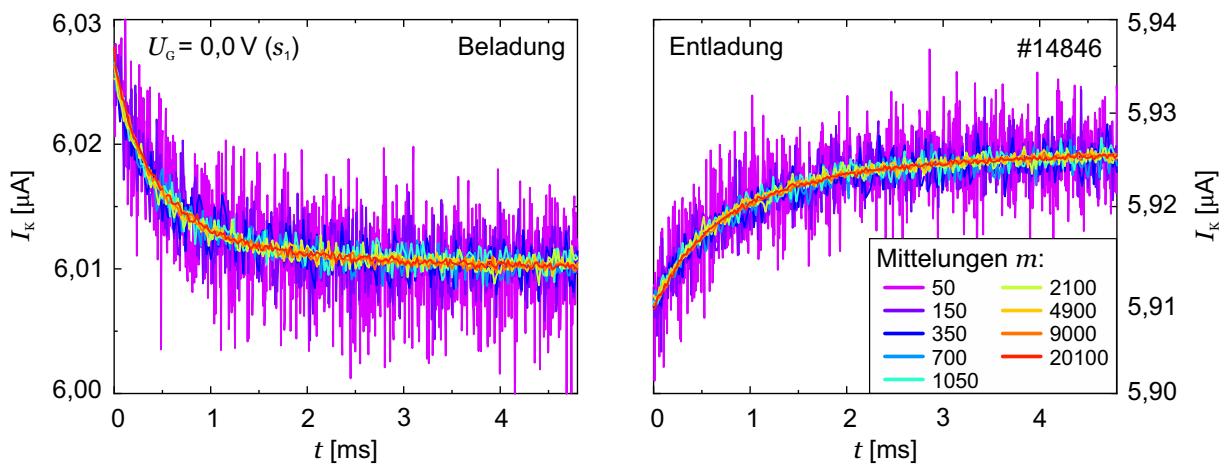
## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

schen Schaltkreisen und insbesondere in Halbleitern das eigentliche Messsignal mit Rauschen überlagert ist.

Sind alle beteiligten Messgeräte und die Probe zur Verhinderung von Erdschleifen (Brummschleifen) sternförmig in einem gemeinsamen Punkt geerdet und ist der Aufbau ausreichend vor elektrischen und magnetischen Feldern abgeschirmt, sollten restliche Rauscheinflüsse nach Kap. 2.4 rein stochastischer Natur sein. Trifft dies für den Leitwert-Spektroskopie-Messaufbau zu, kann das STN sukzessive durch arithmetisches Mitteln verbessert werden, wobei für die Standardabweichung  $\sigma$  des Rauschens über  $m$  Mittelungen gilt:

$$\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{m}}. \quad (5.1)$$

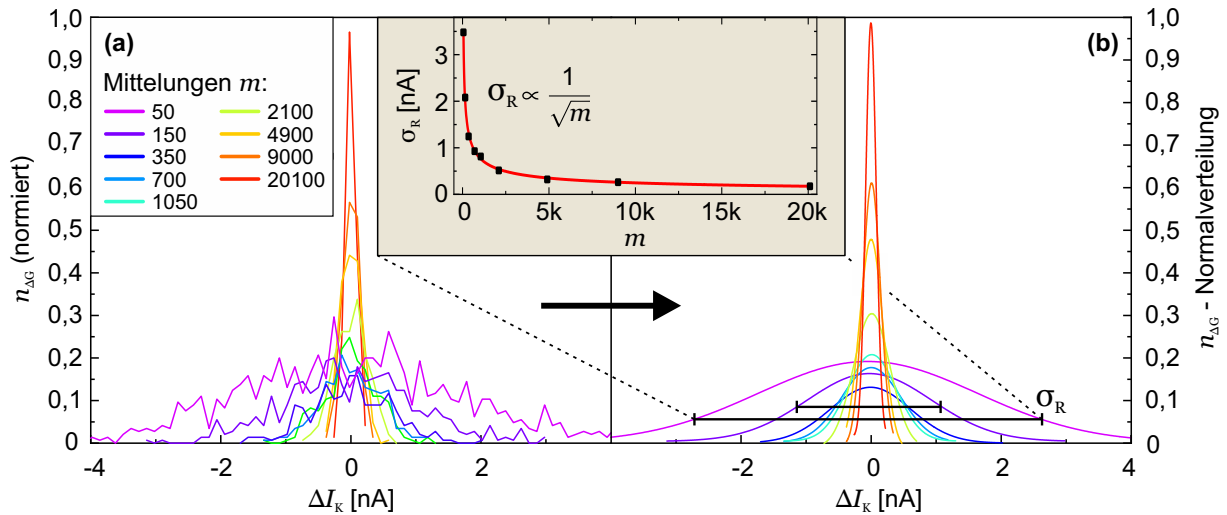
Zur Bestimmung des Gesamttrauschens in der Messung wurden Be- und Entladetransienten der QDM-Probe (#14846) mit unterschiedlich vielen Mittelungen  $m$  aufgenommen, s. Abb. 5.1. An diesen ist anschließend das STN bestimmt worden, wobei die Gesamthöhe dem Signal entspricht und die Varianz der Messpunkte am Ende der Transiente ( $t > 4$  ms) ein erstes Maß für das Rauschen darstellt.



**Abbildung 5.1:** 2DEG-Strom  $I_K$  der Beladetransiente (links) und Entladetransiente (rechts) des ersten Energieniveaus  $s_1$  der QDM-Probe #14846 bei  $U_G = 0,0$  V und verschiedenen Mittelungen  $m$ .

Nach dem zentralen Grenzwertsatz (Satz von Lindeberg-Lévy) ergibt sich bei additiver Überlagerung vieler kleiner, unabhängiger Zufallseffekte zu einem Gesamteffekt zumindest approximativ eine Normalverteilung, wenn keiner der einzelnen Effekte einen dominierenden Einfluss auf die Varianz besitzt [110]. Damit systematische Rauscheinflüsse ausgeschlossen werden konnten, wurde abhängig von der Mittelungszahl  $m$ , eine Häufigkeitsverteilung  $n_{\Delta G}(m)$  des Rauschabstandes  $\Delta G$  der Messpunkte im Gleichgewichtsfall [ $t > 4$  ms in Abb. 5.1 (links)] aufgestellt, s. Abb. 5.2(a). An diesen konnte anschließend durch Anpassung einer Normalverteilung und der daraus erhal-

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie



**Abbildung 5.2:** (a) Normierte Häufigkeitsverteilung  $n_{\Delta G}$  des Rauschabstandes  $\Delta G$  mit steigender Mittelungszahl  $m$ . Die zugrundeliegenden Messpunkte entstammen dem Gleichgewichtsbereich der Beladetransiente nach dem Tunnelprozess am  $s_1$  Peak von Probe #14846. (b) An den Daten aus (a) angepasste Normalverteilung. Der Einschub zeigt eine Funktionsanpassung an die Standardabweichungen  $\sigma_R$  der Normalverteilungen. Die Abnahme des Rauschabstandes mit der Mittelungszahl  $m$  folgt dabei, mit einem korrelierten  $R^2 = 99,85\%$ , sehr gut dem erwarteten Zusammenhang  $\sigma_R \propto 1/\sqrt{m}$  für stochastisches Rauschen.

tenen Standardabweichung  $\sigma_R$  quantitativ das Rauschen in Abhängigkeit der Mittelungszahl  $m$  erfasst werden. Die angepassten Normalverteilungen sind in Abb. 5.2(b) dargestellt sowie eine Funktionsanpassung von  $\sigma_R$  zur Mittelungszahl  $m$  nach Gl. 5.1 im Einschub. Der Zusammenhang für rein stochastisches Rauschen passt dabei, mit einem korrelierten  $R^2 = 99,85\%$ , sehr gut zum Verlauf der gemessenen Standardabweichungen  $\sigma_R$  mit steigender Mittelungszahl, sodass davon ausgegangen werden kann, dass der Messaufbau keinerlei systematische Störeinflüsse aufweist.

### 5.1.2 Spannungs- und Beleuchtungspulskorrelation

Durch die Verwendung des PicoScope 5000D im Leitwert-Spektroskopie-Messaufbau wird nicht länger eine einzelne Pulssequenzen auf das *gate* der Probe gegeben und die 2DEG-Antwort anschließend verarbeitet, sondern ein Pulszug. Dies beschleunigt den Messprozess, da die Kommunikation zwischen Messgerät und Computer nur einmal stattfindet und die gesamte 2DEG-Antwort abgefragt wird. Das gemittelte Ergebnis wird anschließend mittels einer Faltung des Pulszugs auf eine Pulssequenz erhalten. Da dies jedoch nicht für den zeitlich in der Sequenz korrelierten Beleuchtungspuls möglich ist, muss die initiale Gerätekommunikation entsprechend berücksichtigt werden. Die Signallaufzeit zum Start der Abfolge zwischen Computer und PicoScope beläuft sich nach Messungen auf ca. 1000(200) ms. Zwar wird die Aufnahme der 2DEG-Antwort durch das Oszilloskop intern vom AWG ausgelöst, der genaue Startzeitpunkt

ist jedoch aufgrund der Schwankung von 200 ms nicht bekannt. Deshalb wird an der aufgenommenen 2DEG-Antwort der zeitliche Versatz dynamisch, mittels eines sog. *software-triggers* an der steigenden Flanke des ersten Pulses gemessen und zur Anpassung der Kommunikation zwischen Computer und LED-Stromquelle genutzt.

Das PicoScope und der integrierte AWG arbeiten vollständig digital, sodass die Pulslänge  $T_P$  bzw. Pulsfrequenz  $f_P$  endliche Stufen aufweist. Zur Feststellung dieser wurden automatisiert Pulsfrequenzen vorgegeben und die tatsächliche Pulslängen sowie Digitalisierungsstufen gemessen. Daraus ergab sich eine Tabelle von Pulsfrequenz  $f_P$ , für die eine tatsächliche Pulslänge  $T_P$  festgestellt werden konnte. Eine ausführliche Erklärung der Messmethode ist in Anhang A.1 zu finden, erarbeitet in Kooperation mit Korsch [13].

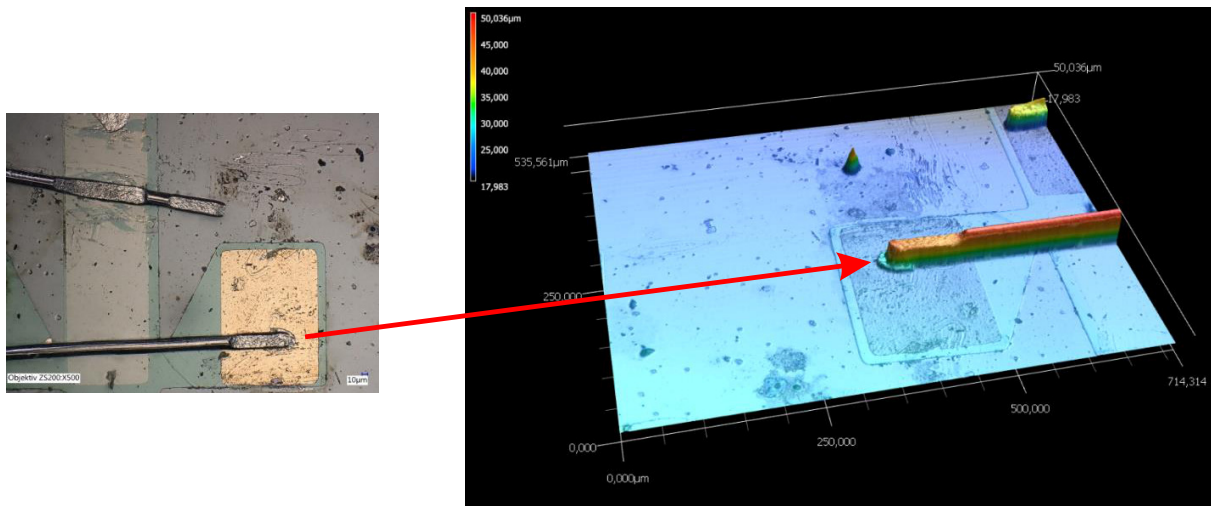
### 5.1.3 Spannungsfestigkeit des *gate*-Kontakts

Neben dem Messaufbau sind auch die HEMT-Strukturen hinsichtlich der Spannungsfestigkeit des *gates* und Zuleitungswiderstände der Kanalkontakte verbessert worden. Direkter Strom (sog. *leakage*-, oder kurz *leak*-Strom) durch das *gate* reduziert die Steuerwirkung auf den 2DEG-Kanal und damit die kontrollierte Einstellbarkeit des Ladungszustandes in den QDs. Die meisten *gates* haben eine Durchbruchspannung von ungefähr  $U_D = 0,5 \text{ V}$ , was prinzipiell ausreichend für eine vollständige Beladung der Proben mit einer Schicht QDs (#14010) ist (Kap. 3.2 - Funktionalität der HEMT-Proben). Für die QDM-Probe #14846 waren jedoch höhere Vorwärtsspannungen  $U_G$  am *gate* notwendig, da die Zustände der zweiten Schicht energetisch höher liegen.

Ausgehend von der Annahme, dass das Aufbringen des Bonddrahts auf dem *gate*-Kontakt (Kap. 3.2) ein sog. Stressfeld auf der Au-Oberfläche hinterlässt (Abb. 5.3) und Defekte in den darunter liegenden Halbleiterschichten induziert, wurden verschiedene Bondverfahren mit entsprechenden Parameterstudien durchgeführt. Zur Auswahl standen dabei drei Verfahren zum Anpressen des Bonddrahts auf der Oberfläche, die sich im Wesentlichen in Intensität und Dauer des wirkenden Ultraschalls unterschieden. Erwartungsgemäß, aber nicht mit ausreichender statistischer Signifikanz, zeigten die Ergebnisse eine Verbesserung der Spannungsfestigkeit zu kleiner werdenden mechanischen Einwirkungen auf der Au-Oberfläche des *gate*-Kontakts. Mit Gewissheit kann festgehalten werden, dass die Spannungsfestigkeit durch mehrmaliges aufbringen eines Bonddrahts verschlechtert wird, jedoch nimmt die Haftkraft mit schwächer werdendem Ultraschall ebenso ab. Aus diesem Grund hängt die Qualität eines guten Kontakts schlussendlich sehr von der technischen Fertigkeit des Experimentators ab und der Bonddraht im ersten Versuch bei möglichst kleiner Ultraschall-Intensität



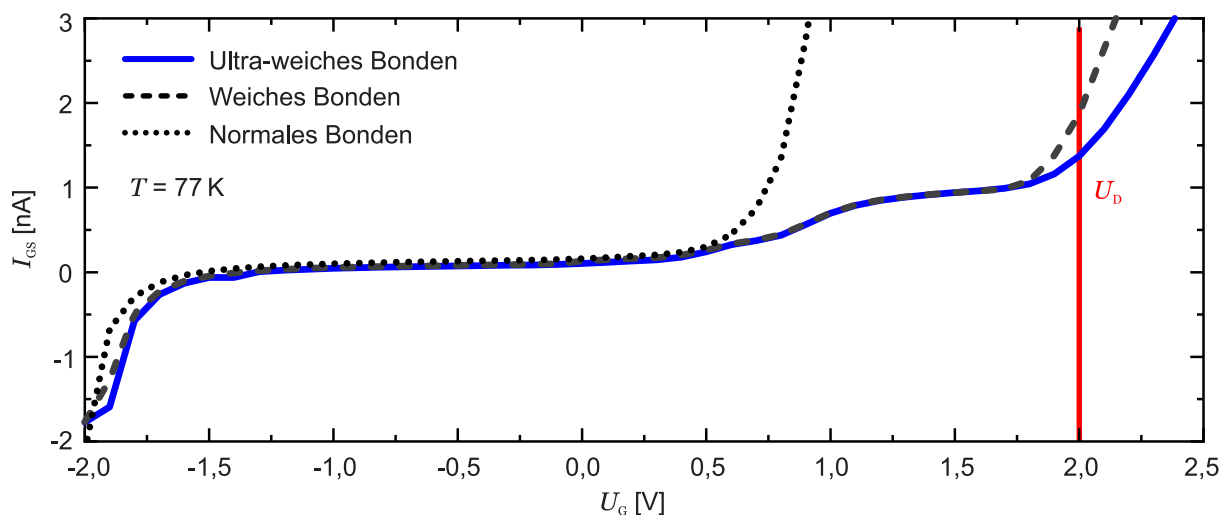
## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie



**Abbildung 5.3:** Optische Aufnahme (links) und Aufnahme mittels eines Lasermikroskops (rechts) von einem stark angepressten Bonddraht auf der Au-Oberfläche des *gate*-Kontakts von Probe #14010.

haftet.

Als Maß für die Spannungsfestigkeit ist der *gate-source*-Strom  $I_{GS}$  in Abhängigkeit der *gate*-Spannung  $U_G$  bei  $T = 77$  K an drei *gates* mit unterschiedlich aufgebrachtten Bonddrähten gemessen worden. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.4 dargestellt und



**Abbildung 5.4:** Aufnahme des direkten Stroms zwischen *gate*- und *source*-Kontakt  $I_{GS}$  bei verschiedenen Bondverfahren und  $T = 77$  K. Tendenziell nimmt die Durchbruchspannung  $U_D$  mit sanfterer Wirkung des Ultraschalls zum Aufbringen des Drahts zu, verschlechtert dabei jedoch die Haftung. Mit dem sog. ultra-weichen Bonden (blau) konnte eine maximale Durchbruchspannung von  $U_D = 2,0$  V erreicht werden.

es wird deutlich, dass mittels sehr schwachem Ultraschalls (sog. weiches Bonden), bzw. Bonden neben dem *gate* und anschließendem Aufkleben des Drahts auf der Au-Kontaktfläche (sog. ultra-weiches Bonden), höhere Durchbruchspannung von bis

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

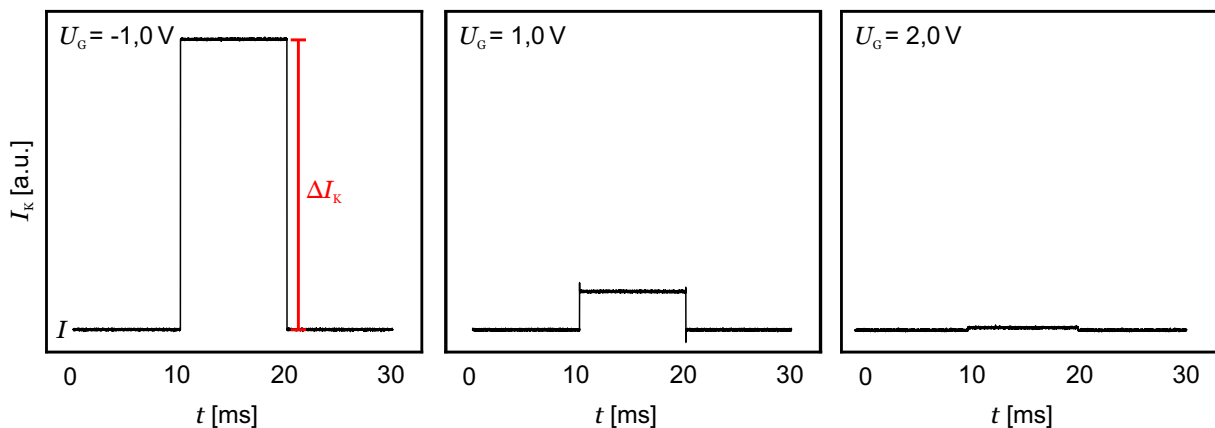
zu  $U_D = 2,0\text{ V}$  erreicht werden können.

Die teilweise Erhöhung des *gate-source*-Stroms im Bereich von  $U_G > 0,5\text{ V}$  ist auf die Beladung der QDs zurückzuführen.

Um die mechanische Einwirkung auf die direkte *gate*-Fläche vollständig zu verhindern, wurde in einem nächsten Schritt diese um einen weiteren Steg erweitert. Dieser liegt dabei nicht zwischen den HEMT-Kontakten und hat somit keine direkte Steuerwirkung, womit der 2DEG-Kanal räumlich getrennt von etwaigen Stressfeldern durch den Bonddraht ist. Zusätzlich zu den *gate*-Flächen wurden gleichzeitig neue Kontaktflächen entwickelt, worauf im nächsten Abschnitt eingegangen wird. Die vollständige neue Maske ist im Anhang in Abb. A.7 dargestellt, wobei die *gate*-Flächen in rot gehalten sind.

### 5.1.4 2DEG-Antwort zu Kontaktwiderstand und *gate*-Geometrie

Hohe Kontaktwiderstände  $R_Z$  zum 2DEG wirken sich in mehreren Punkten negativ auf die Messgenauigkeit aus. Zum einen wird nach Gl. 2.63 das Rauschen vergrößert, zum anderen reduziert sich die Pulsantwort durch einen Spannungspuls  $U_P$  am *gate*. Grundlage der zweiten Annahme war die Beobachtung einer rückläufigen 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  zu höherer DC-Spannung  $U_G$  an Probe #14846, s. Abb. 5.5. Zur



**Abbildung 5.5:** An Probe #14846 gemessener 2DEG-Strom  $I_K$  bei steigender DC-Spannung am *gate*  $U_G = -2,0\text{ V}$  (links),  $U_G = 1,0\text{ V}$  (mittig) und  $U_G = 2,0\text{ V}$  (rechts). Die Pulsamplitude beträgt dabei durchgehend  $U_P = 20\text{ mV}$  und die 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  nimmt mit steigender DC-Spannung ab.

Erklärung wurde ein Ersatzschaltbild entworfen, wonach der 2DEG-Strom  $I_K$  von der Kanalspannung  $U_K$  getrieben wird und einem Gesamtwiderstand  $R_G$ , als Summe aus Kanalwiderstand  $R_K$  und dem zweifachen Kontaktwiderstand (Zuleitungswiderstand)

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

---

$2R_Z$ , unterliegt. Dabei gilt für den Kanalwiderstand:

$$R_K = \frac{1}{\sigma_K} \cdot \frac{l}{b'} \quad (5.2)$$

mit der Länge  $l$  und Breite  $b$  der *gate*-Kontaktfläche sowie der Leitfähigkeit  $\sigma = en\mu$  (Kap. 2.1.2). Für den Strom  $I_K$  zwischen *source*- und *drain*-Kontakt unter dem *gate* folgt nach dem Ohmschen Gesetz:

$$I_K = \frac{U_K}{R_G} = \frac{U_K}{R_K + 2R_Z}. \quad (5.3)$$

Für eine Änderung dieses Stroms gilt folgender Ausdruck:

$$\Delta I_K = \sqrt{\left(\frac{\partial I_K}{\partial R_K} \cdot \Delta R_K\right)^2} = \frac{U}{(R_K + 2R_Z)^2} \cdot \Delta R_K, \quad (5.4)$$

wobei ein veränderter Kanalwiderstand  $\Delta R_K$  im Wesentlichen von einer veränderten Ladungsträgerdichte  $n$  herrührt, gemäß:

$$\Delta R_K = \sqrt{\left(\frac{\partial R_K}{\partial n} \cdot \Delta n\right)^2} = \frac{1}{en\mu} \cdot \frac{l}{b} = R_K \cdot \frac{\Delta n}{n}. \quad (5.5)$$

Die relative Änderung in der Ladungsträgerdichte  $\Delta n$  wird dabei durch den *gate*-Spannungspuls  $U_P$  ausgelöst. Einsetzen von Gl. 5.5 in Gl. 5.4 ergibt schlussendlich einen Zusammenhang zwischen *gate*-Spannungspuls und korrespondierender 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  gemäß:

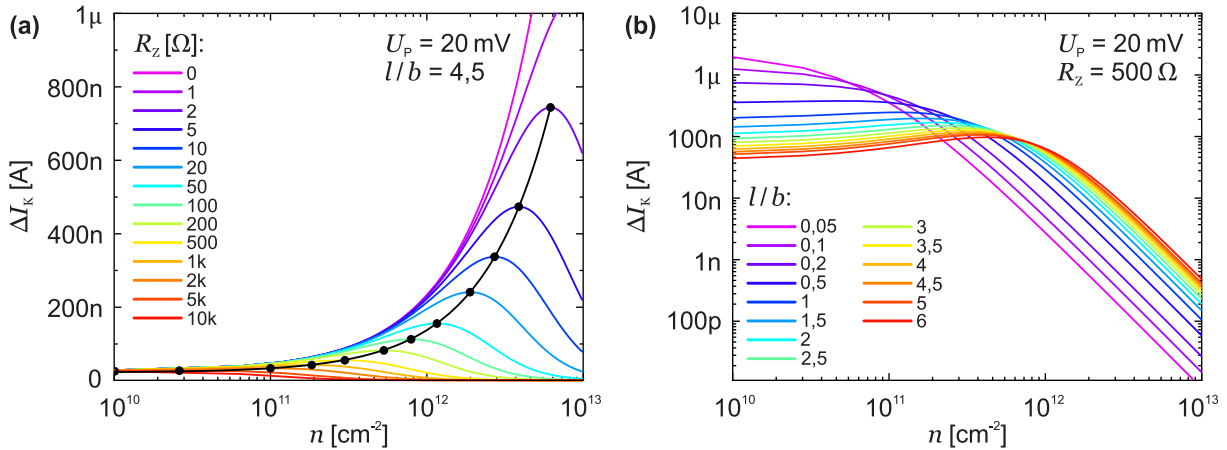
$$\Delta I_K = \frac{UR_K}{(R_K + 2R_Z)^2} \cdot \frac{\Delta n}{n}. \quad (5.6)$$

Allgemein ist eine vergrößerte 2DEG-Antwort vorteilhaft, da beispielsweise der Verstärkungsfaktor des Strom-Spannungswandlers reduziert werden kann, was folglich zu einem breiteren Frequenzband führt (Tiefpasswirkung von Verstärkern [111]).

Aus Gl. 5.6 lassen sich in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte  $n$  verschiedene Modellrechnungen anstellen, wobei für eine korrekte Abschätzung der Ladungsträgeränderung  $\Delta n$  durch den *gate*-Spannungspuls  $U_P$  die Hall-Ergebnisse von Probe #14846 (Anhang A.7) verwendet wurden. Wie dem Wachstumsprotokoll zu entnehmen ist, findet durch eine Beleuchtung und dadurch ausgelöste Absättigung der DX-Zentren eine Erhöhung der Ladungsträgerdichte  $n$  und Beweglichkeit  $\mu$  statt (Kap. 2.2.1 - Persistenter Photoeffekt). Mit diesen Werten und dem 2DEG-Strom während der

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

Beleuchtung (Anhang A.3) konnte die quantitative Änderung in der Ladungsträgerdichte  $\Delta n$  - induziert durch den Spannungspuls  $U_P$  - abgeschätzt werden. Für den relevanten Bereich der Ladungsträgerdichte  $n$  ist die simulierte 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  in Abb. 5.6(a) für verschiedene Kontaktwiderstand  $R_Z$  und in Abb. 5.6(b) für



**Abbildung 5.6:** Theoretisch berechnete 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  auf einen *gate*-Spannungspuls von  $U_P = 20\text{ mV}$  für Ladungsträgerdichten  $n$  im 2DEG von  $10^{10}\text{ cm}^{-2}$  bis  $10^{13}\text{ cm}^{-2}$  und variablem Kontaktwiderstand  $R_Z$  in (a) sowie verschiedenen Längen- zu Breite-Verhältnissen des *gate*-Kontakts  $l/b$  in (b).

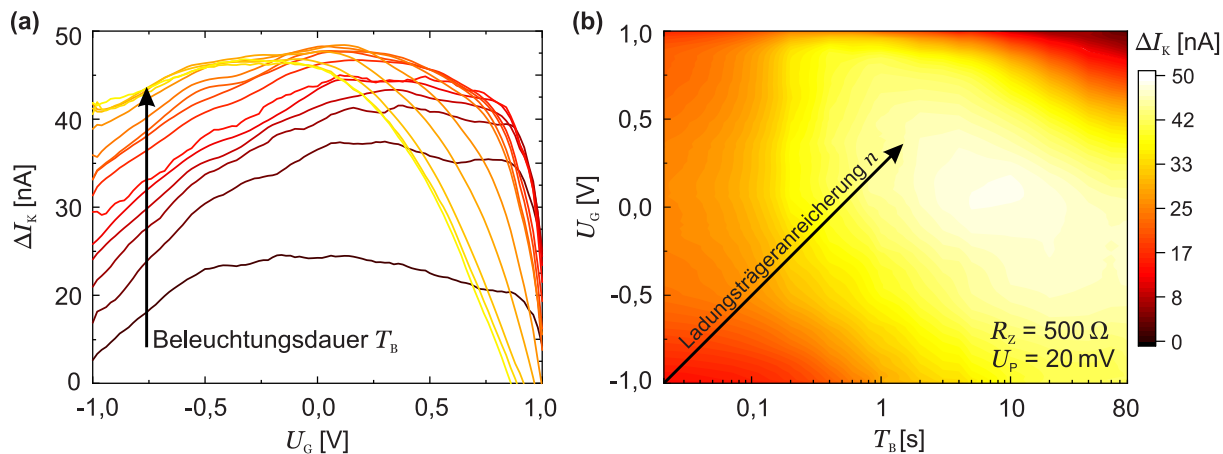
verschiedene *gate*-Geometrien  $l/b$  aufgetragen. Es ergibt sich über den Verlauf der simulierten Ladungsträgerdichte für Abb. 5.6(a) ein Maximum, welches exponentiell mit dem gewählten Kontaktwiderstand  $R_Z$  verschiebt. Abb. 5.6(b) suggeriert Vor- und Nachteile im Bezug auf das Länge- zu Breite-Verhältnis des *gates*, denn obwohl die 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  mit breiteren *gate*-Flächen bei Ladungsträgerdichten  $n$  im Bereich von  $10^{10}\text{ cm}^{-2}$  bis  $10^{11}\text{ cm}^{-2}$  um mehrere Größenordnungen zunimmt, fällt sie für den kritischen Bereich nach vollständiger Beleuchtung und Absättigung der DX-Zentren ( $n = 10^{12}\text{ cm}^{-2}$ ) früher ab.

Durch die Dotierung während des MBE-Wachstums ist die Ladungsträgerdichte des 2DEGs in einem gewissen Bereich einstellbar, jedoch sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass diese durch teilweises Ausfrieren bei tiefen Temperaturen [112] weder deutlich kleiner, noch aufgrund von Kompensationseffekten des Si in der  $\delta$ -Dotierung [113] deutlich größer werden kann, als die typischen  $10^{11}\text{ cm}^{-2}$  bis  $10^{12}\text{ cm}^{-2}$ .

Zur Überprüfung der Theorie wurden Messungen durchgeführt, bei der die Probe stückweise beleuchtet wurde, sodass durch die teilweise Absättigung von DX-Zentren, Ladungsträgerdichten im 2DEG zwischen  $7 \cdot 10^{11}\text{ cm}^{-2}$  und  $1 \cdot 10^{12}\text{ cm}^{-2}$  (Wachstumsprotokoll von Probe #14846 in Anhang A.7) eingestellt werden konnten. Mit Beleuchtungszeiten zwischen  $T_B = 0\text{ s}$  und  $T_B = 80\text{ s}$  wurde die 2DEG-Antwort

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

$\Delta I_K$  auf einen *gate*-Spannungspuls von 20 mV (wie in der Simulation) bei variabler DC-Spannung  $U_G$  aufgenommen, dargestellt in Abb. 5.7(a) sowie als Konturplot aus den gleichen Daten in Abb. 5.7(b). Die verwendete Probe weist dabei einen



**Abbildung 5.7:** (a) 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  auf einen *gate*-Spannungspuls von  $U_P = 20$  mV und DC-Spannungen zwischen  $U_G = -1,0$  V und  $U_G = 1,0$  V. Zwischen den Messungen wurde die Ladungsträgerdichte  $n$  im 2DEG durch schrittweise Absättigung von DX-Zentren mittels Beleuchtung in der Dauer von  $T_B = 0$  s bis  $T_B = 80$  s sukzessive erhöht. (b) Konturplot der Daten aus (a).

Kontaktwiderstand von ungefähr  $R_Z = 500 \Omega$  auf sowie eine Länge des *gates* von  $l = 0,75$  mm und Breite  $b = 0,16$  mm, woraus sich ein Verhältnis von  $l/b = 4,69$  ergibt.

Anfangen bei einer negativen DC-Spannung  $U_G = -1,0$  V ist das 2DEG verarmt und sowohl die Beleuchtung, als auch die positivere DC-Spannung reichern das 2DEG mit Ladungsträgern an. Korrespondierend dazu nimmt die Pulsantwort  $\Delta I_K$  mit steigender Spannung zu und fällt zu positiveren Bereichen plötzlich ab, wobei sich dieser Punkt mit längerer Beleuchtungszeit  $T_B$  zu kleineren Spannungen hin verschiebt. Die Ergebnisse zeigen dabei eine qualitative Übereinstimmung im Bereich von  $n \approx 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  zu den Simulationen aus Abb. 5.6(a) (Verlauf für  $500 \Omega$ ), sodass die Modellrechnung auf Grundlage des Ersatzschaltbildes folgerichtig als gute Annäherung angesehen werden kann.

Basierend auf diesen Ergebnissen wurde das Ziel verfolgt, den Kontaktwiderstand  $R_Z$  für eine absolut erhöhte 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  zu verringern, vgl. Modellrechnung in Abb. 5.6(a). Darüber hinaus ist eine Parameterstudie der 2DEG-Antwort bei unterschiedlichen *gate*-Geometrien sowie *gate*-Flächen durchgeführt worden, vgl. Modellrechnung in Abb. 5.6(b).

### **Einfluss vertiefter Kontakte auf den Kontaktwiderstand**

Aufbauend auf den Grundlagen zur Probenprozessierung im Bereich vertikaler Strukturierung in Kap. 3.2, werden im Folgenden einige relevante Details genannt sowie die Änderungen am herkömmlichen Verfahren zum Erreichen kleinerer Kontaktwiderstände  $R_Z$ . Die Untersuchungen wurden an Probe #14846 bzw. der identisch gewachsenen Probe #15050 ohne QD-Gradient durchgeführt.

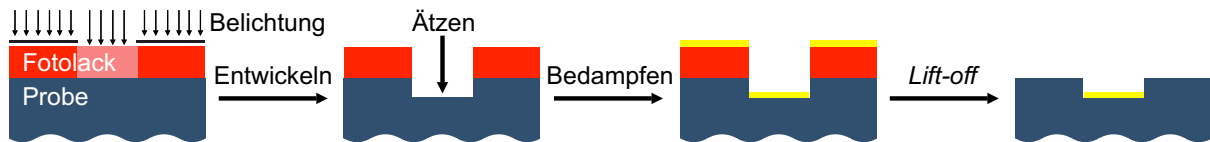
Zum Ätzen der Mesa wird damit begonnen, Positivlack (S1813) auf die Probe aufzubringen, der dann für 15 min in einem Trockenluftschränk bei 100 °C ausgehärtet wird. Anschließend wird die Probe zur Ausrichtung der Belichtungsmaske sowie zur Einstellung des passenden Abstands in einen Maskenjustierbeleuchter (MJB) eingebaut und mit UV-Strahlung ( $\lambda = 365 \text{ nm}$ ) belichtet. Nach der optischen Aktivierung wird der Lack in einer Entwicklerlösung unter Beobachtung mit einem Lichtmikroskop entwickelt. Ein Bad in Reinstwasser stoppt diesen Vorgang, woraufhin die Probe zur Trocknung erneut bei 100 °C für 5 min in den Trockenluftschränk gegeben wird. Nun folgt der Ätzschritt in einer Lösung aus Wasser, Schwefelsäure und Wasserstoffperoxid (50:1:1;  $\text{H}_2\text{O}:\text{H}_2\text{SO}_4:\text{H}_2\text{O}_2$ ). Nach ausreichender Zeit in der Ätzlösung wird dieser Prozess erneut mit einem Bad in Reinstwasser gestoppt und die Probe mit Aceton und Isopropanol gereinigt. Die gewählte Äztiefe der Mesa liegt bei diesen Strukturen zur vollständigen Durchtrennung von 2DEG und  $\delta$ -Dotierung bei 280 nm.

Im herkömmlichen Verfahren wird nun zur Herstellung der Kontakte Material an definierten Stellen über einen zweistufigen Lackprozess auf die Probe aufgebracht. Die zweite Stufe stellt dabei eine Schicht *Lift-off*-Lack dar, welcher sich unter dem, für die Photolithographie verwendeten, positiv Lack befindet. Dieser wird auf einer Heizplatte bei 150 °C für 5 min ausgehärtet. Nach dem Entwicklerschritt (s. o.) wird nun kein Ätzvorgang vorgenommen, sondern das Kontaktmaterial auf die Probe aufgebracht. Vorbereitend dafür wird die Probe zur Entfernung von Oberflächenoxiden für 30 s in eine verdünnte Salzsäurelösung (1:3,  $\text{HCl}:\text{H}_2\text{O}$ ) getaucht. Die Kontaktmaterialien, bestehend aus einer bestimmten Schichtfolge von Au, Ge und Ni (Nickel), werden in einer Aufdampfanlage unter Vakuum ( $10^{-6}$  Torr) auf der gesamten Oberfläche aufgebracht. Nun kommt es zum sog. *lift-off*, bei dem die Probe in ein Bad aus N-Methyl-2-pyrrolidon ( $\text{C}_5\text{H}_9\text{NO}$ ) getaucht wird. Dadurch löst sich der *Lift-off*-Lack und es bleiben letztlich nur die, mittels Photolithographie präparierten Stellen als Kontakte stehen, s. Abb. 3.7 in den Grundlagen zur Probenprozessierung. Die metallischen Flächen stellen nach diesem Prozessierungsschritt einen Schottky-Kontakt zum darunter liegenden Halbleiter her, jedoch müssen die Proben für Ohmsche Kontakte zum 2DEG darüber hinaus in einen Einlegierofen eingebaut werden. Darin werden die Kontakte bei 385 °C und zur Verhinderung von Oxidation unter Formiergasatmosphäre (25 %

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

Stickstoff  $N_2$ , Wasserstoff 25 %  $H_2$ ) für 2 min einlegiert.

Dieses Verfahren zur Kontaktherstellung wurde nun, neben der unveränderten Prozedur zur Herstellung der Mesa, durch einen einstufigen Lackprozess ersetzt, s. Abb. 5.8. Folglich wird bei der Kontaktherstellung und vertikalen Strukturierung nur



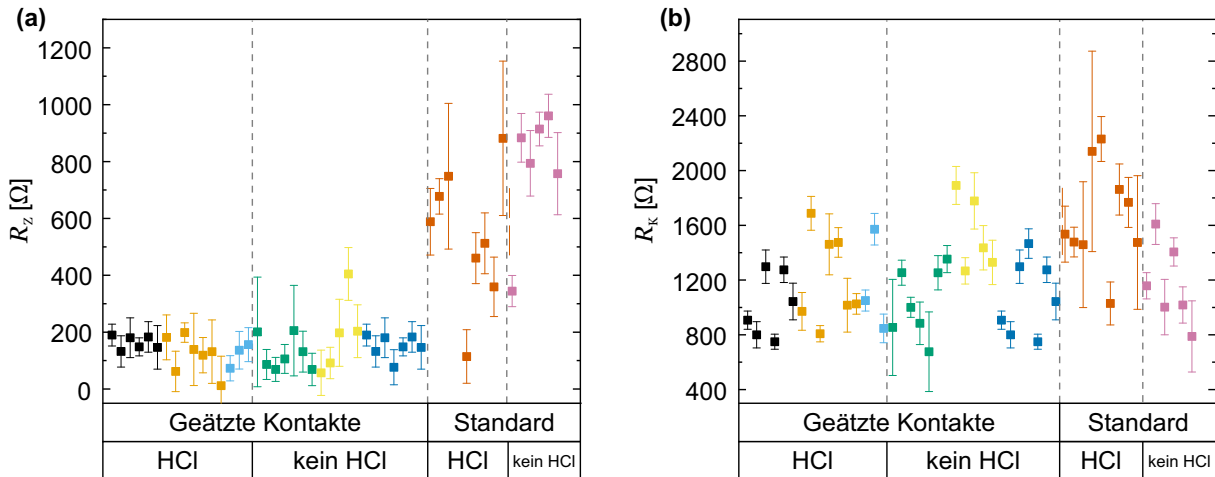
**Abbildung 5.8:** Der abgeänderte Prozess zur Kontaktherstellung mit nur einer Schicht positivem Fotolack und keinem *Lift-off*-Lack. Die belichteten Bereiche werden geätzt und die Probe anschließend vollständig bedampft. Nach dem Ablösen des Fotolacks bleiben vergrabene Kontakte übrig. Grafik basierend auf [97].

eine Schicht Fotolack verwendet und kein *Lift-off*-Lack. Das Verfahren zum Ätzen folgt dabei der Prozedur, wie sie bei der Mesa zum Einsatz kommt. Die Ätztiefe liegt für die Kontakte jedoch nur bei 145 nm, wodurch das gesamte obere SPS abgetragen wird.

Um den Einfluss der Oberflächenoxide auf den Kontaktwiderstand untersuchen zu können, wurden einzelne Proben nicht in einer HCl-Lösung präpariert. Nach dem Aufdampfprozess (s. o.) wird analog zum zweistufigem Prozess der *lift-off* (Abb. 5.8 rechts) vollzogen, wobei beobachtet werden konnte, dass das Ablösen des übrigen Kontaktmaterials bei den Proben mit geätzten Kontaktstellen deutlich erfolgreicher war, als bei den Referenzproben mit zweistufigem Lackprozess. Die Ergebnisse der Studie für vertiefte Kontakte sind für den Kontaktwiderstand  $R_Z$  in Abb. 5.9(a) und Kanalwiderstand  $R_K$  in Abb. 5.9(b) dargestellt. Um eine ausreichend hohe statistische Signifikanz zu gewährleisten, stehen die unterschiedlichen Farben für verschiedene Proben aus den identisch gewachsenen *wafers* #14846 mit QD-Gradient und #15050 ohne QD-Gradient. Gemessen wurden die Widerstände mit der Transmissionslinien-Methode - eng *transfer line methode* (TLM), die über lineare Regression mit verschiedenen Kanallängen aus dem Gesamtwiderstand den Kanal- und Kontaktwiderstand separiert.

Die Ergebnisse in Abb. 5.9(a) zeigen eine deutliche Verkleinerung des Kontaktwiderstandes  $R_Z$  für geätzte Kontakte mit einem überwiegenden Anteil im Bereich von 100  $\Omega$  bis 200  $\Omega$ . Ein Einfluss der Oberflächenoxide durch die HCl-Präparation kann dabei nicht festgestellt werden. Die Kontaktwiderstände auf den standardmäßig prozessierten Proben streuen mit 100  $\Omega$  bis 1000  $\Omega$  um eine ganze Größenordnung mehr, und aus den Ergebnissen lässt sich ein leichter Einfluss der Oberflächenoxide ableiten. 50 % der Proben, die vor dem Aufdampfen zum Entfernen von Oberflächenoxiden in einem HCl-Bad präpariert wurden, weisen Kontaktwiderstände von  $R_Z < 600 \Omega$  auf,

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie



**Abbildung 5.9:** (a) Kontaktwiderstand  $R_Z$  bei geätzten (vertieften) Kontakten, sodass das Metall einen Abstand von 34 nm zum 2DEG hat, gegen den Kontaktwiderstand mit standardmäßig prozessierten Kontaktflächen. Der Schritt des HCl-Bads dient zur Entfernung von Oberflächenoxiden und wurde in beiden Fällen ebenfalls variiert. (b) Entsprechend zu (a) der Kanalwiderstand  $R_K$  des 2DEGs. Grafik basierend auf [97].

wohingegen es im Vergleich nur etwa 17% bei Proben ohne HCl-Bad sind. Insgesamt zeigen die Ergebnisse mit einer guten Reproduzierbarkeit eine Verbesserung der Kontaktwiderstände mit dem abgeänderten Ätzverfahren für vertiefte Kontakte.

Der Abstand des Kontaktmaterials zum 2DEG scheint dabei erheblichen Einfluss auf den Widerstand zu haben. Zum Vergleich liegt der Abstand bei den geätzten Kontakten bei etwa 34 nm und bei den Referenzproben bei 172 nm. Dadurch kann das Metall stärker in das 2DEG eindiffundieren, was in einem geringeren Kontaktwiderstand  $R_Z$  resultiert. Zusätzlich scheint die geätzte Vertiefung eine vorgegebene Diffusionsrichtung zu verursachen, sodass diese zusätzlich begünstigt wird.

Im Bezug auf die Auswirkungen der starken Diffusion auf den Kanalwiderstand des 2DEGs zeigen die Daten in Abb. 5.9(b) keine Korrelation zu den variierten Prozessierungsschritten. Die Kanalwiderstände  $R_K$  streuen zufällig in einem Bereich von 600  $\Omega$  bis 2200  $\Omega$ , sodass der zusätzliche Ätzschritt keinen negativen Einfluss zu haben scheint.

Aus den zuvor beschriebenen Ergebnissen geht hervor, dass das Ätzen der Kontaktstellen eine signifikante Verringerung des Kontaktwiderstands bewirkt. Zur weiteren Untersuchung wurden verschiedene Äztiefen bei einer ansonsten unveränderten einstufigen Kontaktprozessierung untersucht. Für die vollständige Studie und eine detaillierte Beschreibung sei an dieser Stelle jedoch auf Anhang A.4 verwiesen. Zusammenfassend kann aus den dort dargestellten Daten in Abb. A.5 abgeleitet werden, dass der Kontaktwiderstand bei einem geringeren Abstand zwischen Metall



und 2DEG kleiner wird. Bei einer Ätztiefe von 172 nm liegt der Kontaktwiderstand bei den minimal erreichten  $R_Z \approx 50 \Omega$ . Befindet sich das Metall jedoch bereits aufgrund des Ätzvorgangs im 2DEG, steigt der Kontaktwiderstand wieder auf Werte zwischen 200  $\Omega$  bis 500  $\Omega$  an. Aufgrund dieser Beobachtung scheint die Diffusion des Kontaktmaterials in vertikaler Richtung deutlich relevanter für die Erzeugung eines guten Ohmschen Kontakts zu sein, als in lateraler Richtung.

### **Einfluss einer veränderten geometrischen Struktur der Kontaktflächen**

Neben der veränderten Prozessierung der Kontaktflächen wurde die geometrische Struktur in einem zweiten Schritt ebenfalls variiert. Die gesamte Maske zur Prozessierung ist im Anhang in Abb. A.6 dargestellt, wobei die Kontaktflächen in gelb gehalten sind. Auffällig sind die radial angeordneten Finger, wodurch die Injektion des Stroms aus allen Raumrichtungen ermöglicht werden soll. Liegt beispielsweise aufgrund von Kristalldefekten eine lokale Vorzugsrichtung des Stroms vor und damit ein geringer Widerstand in dieser Richtung, kann dies für eine signifikante Reduzierung des Zuleitungswiderstands  $R_Z$  zum 2DEG nutzbar gemacht werden [114].

Nach theoretischer Betrachtung von Boudville *et al.* [115] und experimenteller Bestätigung von Gueret *et al.* sowie Taylor *et al.* [116, 117], sinkt die Streuung des Kontaktwiderstands  $R_Z$  bei steigendem Flächenquerschnitt, sodass mit einer laterale Ausdehnung von  $420 \mu\text{m} \cdot 514 \mu\text{m}$  großflächig Kontakt zum 2DEG hergestellt werden kann. Die einzelnen Finger haben dabei einen Winkel von  $12,5^\circ$  zueinander und die Länge ist möglichst groß gewählt, unter Berücksichtigung der Auflösungsgrenze der Prozessierung von  $10 \mu\text{m}$ .

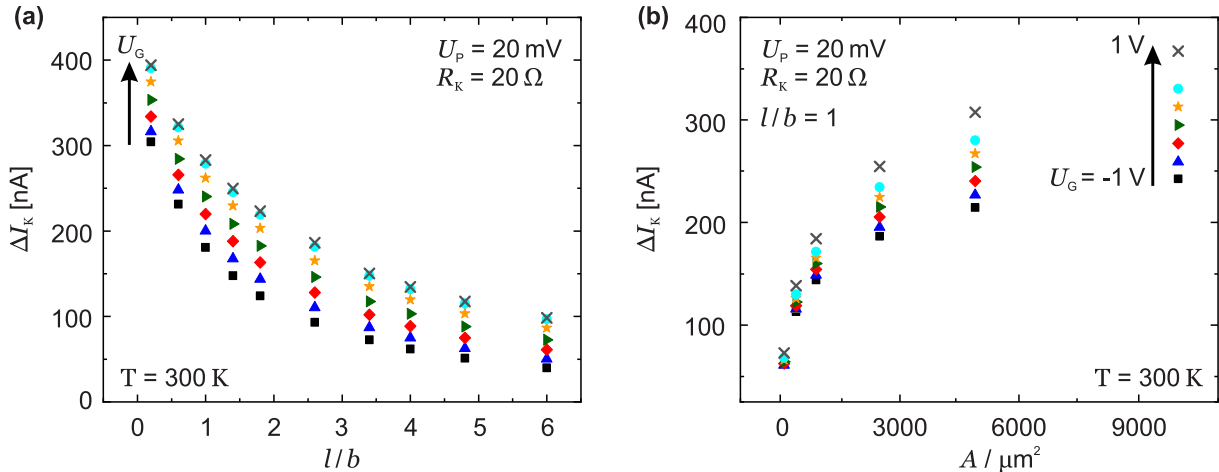
Die Kontaktwiderstände liegen bei diesen Strukturen und der ansonsten identischen Prozessierung (Abb. 5.8) in einem Bereich von  $R_Z = 15 \Omega$  bis  $39 \Omega$ , wobei 90 % des Probenumfangs unterhalb von  $R_Z = 30 \Omega$  liegt.

### **Einfluss der gate-Geometrie und gate-Fläche auf die 2DEG-Antwort**

Abschließend ist, auf Grundlage der theoretischen Berechnungen aus Kap. 5.1.4, das  $l/b$ -Verhältnis des *gate*-Kontakts in Abb. 5.10(a) und der *gate*-Fläche in Abb. 5.10(b), hinsichtlich der Auswirkung auf die 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  untersucht worden. Die Kontaktwiderstände der verwendeten Proben liegen dabei bei  $R_K \approx 20 \Omega$ , unter Verwendung der modifizierten geometrischen Struktur, beschrieben in den vorangegangenen Abschnitten. Die Maske, welche die vollständige Strukturierung von Mesa, Kontakten und *gate*-Fläche zeigt, ist im Anhang in Abb. A.6 dargestellt.

Für die Messungen wurde die *gate*-Spannung in einem Bereich von  $U_G = -1 \text{ V}$  bis  $U_G = 1 \text{ V}$  variiert, wobei der Spannungspuls - entsprechend den simulierten Daten - bei  $U_P = 20 \text{ mV}$  lag. Die Messungen erfolgten alle bei  $T = 300 \text{ K}$ , sodass kein Einfluss von

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie



**Abbildung 5.10:** HEMT-Strukturen aus dem *wafer* #15050 mit verschiedenen  $l/b$ -Verhältnissen und Flächen  $A$  des *gate*-Kontakts. (a) 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  für  $l/b$ -Verhältnisse zwischen 0,1 und 6. (b) 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  unter Variation der *gate*-Kontaktfläche für  $A$  zwischen  $0,2 \mu\text{m}^2$  und  $9500 \mu\text{m}^2$ . Für beide Messungen liegt die *gate*-Spannung in einem Bereich von  $U_G = -1$  V bis  $U_G = 1$  V und der Spannungspuls bei  $U_P = 20$  mV.

DX-Zentren berücksichtigt werden muss und nach Hall-Messungen bei  $U_G = 0$  V eine Ladungsträgerdichte von  $n = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  vorherrscht. Diese wird unter der entsprechenden Variation der *gate*-Spannung um ca. eine halbe Größenordnung verringert bzw. erhöht.

Die Ergebnisse zeigen in Abb. 5.10(a) eine Zunahme der 2DEG-Antwort  $\Delta I_K$  zu kleinerem  $l/b$ -Verhältnis, was qualitativ in direkter Übereinstimmung zur Modellrechnung aus Abb. 5.6(b) steht. Zwischen einem  $l/b$ -Verhältnis von 6 und 0,1 nimmt  $\Delta I_K$  um fast eine Größenordnung zu. An dieser Stelle soll jedoch darauf hingewiesen werden, dass *gate*-Kontakte mit Größenverhältnissen, welche weit von 1 abweichen, sehr dünn bzw. sehr schmal ausfallen können. Dies führt zu erschwerten Bedienungen hinsichtlich des Aufbringens des Bonddrahts. Da die 2DEG-Antwort jedoch entsprechend den Ergebnissen aus Abb. 5.10(b) mit steigender Gesamtfläche  $A$  ebenfalls exponentiell zunimmt, kann abschließend festgehalten werden, dass für die Leitwertstrukturen große *gate*-Kontakte mit einem kleinen  $l/b$ -Verhältnis zu wählen sind.

### 5.1.5 Inverse Laplace-Transformation

Nach Kap. 4.1 und am Beispiel der WKB-Näherung mit Gl. 2.54 weist die zeitabhängige Tunnelwahrscheinlichkeit von Ladungsträgern zwischen 2DEG und den QDs einen exponentiellen Zusammenhang mit Zeitkonstante  $\tau$  und Amplitude  $A$  auf. Im Fall kleiner Pulsamplituden am *gate* bestehen Transienten in der Leitwertänderung näherungsweise aus einer einzigen Zeitkonstante gemäß Gl. 4.2. Theoretisch gilt dies jedoch bereits im quasi-Gleichgewicht bei einem QD-Ensemble nicht mehr, da aufgrund der

normalverteilten Größe der QDs leicht unterschiedliche Tunnelwahrscheinlichkeiten vorherrschen. Hinsichtlich der QDMs treten selbst im Gleichgewichtsfall resonante Tunnelkopplungen zu mehreren Energieniveaus auf, sodass durch weitere Erhöhung der Pulsamplitude im Bereich der nicht-Gleichgewichtsmessungen für eine korrekte Beschreibung in jedem Fall multi-exponentielle Funktionen angesetzt werden müssen.

Typischerweise wird das Anpassen einer Funktion, sei es eine Gauß-Kurve an einem entsprechend linienverbreiterten QD-Ensemble oder eine Exponentialfunktion an einer Beladetransiente in der Leitwert-Spektroskopie, mittels des Levenberg-Marquardt-Algorithmus [118] durchgeführt. Dies ist ein numerischer Optimierungsalgorithmus zur Lösung nichtlinearer Ausgleichs-Probleme mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. Das Verfahren kombiniert das Gauß-Newton-Verfahren mit einer Regularisierungstechnik, die absteigende Funktionswerte erzwingt [119]. Jede Funktion hat dabei einen Satz von Parametern, wobei diesen für die Funktionsanpassung ein Startwert, sog. Anfangsbedingungen, und eine obere sowie untere Schranke definiert werden kann. Je besser die Anfangsbedingungen bekannt sind und je enger die Grenzen gefasst werden, desto besser kann die angepasste Kurve, die dem Prozess zugrundeliegenden Zusammenhänge beschreiben. Nichtsdestotrotz konvergiert der Algorithmus mit einer hohen Wahrscheinlichkeit auch bei schlechten Startbedingungen, da das notwendige Kriterium dafür lediglich ein lokales Minimum in der Summe der Fehlerquadrate zwischen den Funktionswerten und beobachteten Werten ist [120]. Der Algorithmus kann im Rahmen dieser Einschränkung zwar eine passende Kurve finden, diese ist jedoch, insbesondere bei multi-exponentiellen Verläufen, nur eine von vielen möglichen Lösungen.

Obwohl die Analyse von exponentiellen Zusammenhängen in nahezu jedem wissenschaftlichen Feld gebraucht wird [121–125], stellt die Separation von multi-exponentiellen Prozessen in seine einzelnen Beiträge nach wie vor eines der ältesten Probleme der Funktionsanalyse dar [121]. Damit die verschiedenen Beiträge an Tunnelprozessen aus der Transiente separiert und quantitativ erfasst werden können, soll dieses Kapitel die mathematischen Grundlagen für die Behandlung von exponentiell abfallenden Signalen darlegen und führt darüber hinaus die Technik der inversen Laplace-Transformation ein.

Ein einzelner exponentieller Abfall  $f(t)$ , angepasst durch eine Exponentialfunktion nach Gl. 4.2, kann durch eine Differentialgleichung erster Ordnung mit der

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

---

Zerfallskonstante  $\lambda = 1/\tau$  gemäß:

$$\frac{df(t)}{dt} = -\lambda f(t) \quad (5.7)$$

beschrieben werden. Im Falle von  $n$  überlagerten, exponentiellen Abfällen (Gl. 4.3), erweitert sich  $f(t)$  zu:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{-\lambda_i t}. \quad (5.8)$$

Das Ziel der Funktionsanalyse ist es,  $f(t)$  in die einzelnen Amplituden  $A_i$  und Zerfallskonstanten  $\lambda_i$  zu zerlegen. Mathematisch kann dieses Problem mit einer Spektralfunktion  $g(\lambda)$  in eine allgemeinere Form:

$$f(t) = \int_0^{\infty} g(\lambda) e^{-\lambda t} d\lambda \quad (5.9)$$

umgeschrieben werden. Die Summe über die beteiligten exponentiellen Prozesse kann dabei durch ein Integral über die Spektralfunktion ersetzt werden. Das Resultat ist die Laplace-Transformation, sodass Gl. 5.9 theoretisch durch die inverse Laplace-Transformation von  $f(t)$  mit

$$g(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \cdot \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} f(t) e^{\lambda t} dt \quad (5.10)$$

gelöst werden kann und sich eine Summe von  $n$   $\delta$ -Funktionen ergibt, sofern  $f(t)$  aus  $n$  exponentiellen Zerfällen besteht:

$$g(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \cdot \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \sum_{i=1}^n A_i e^{-\lambda_i t} e^{\lambda t} dt \quad (5.11)$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi} A_i \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-it(\lambda - \lambda_i)} dt \quad (5.12)$$

$$= \sum_{i=1}^n A_i \delta(\lambda - \lambda_i). \quad (5.13)$$

In der Praxis ist diese Art der Berechnung jedoch nicht einfach anwendbar, da die inverse Laplace-Transformation nach mathematischer Bezeichnung ein „inkorrekt gestelltes“ Problem zu lösen versucht. Dies bedeutet nichts anderes, als das eine kleine Störung in den Anfangsbedingungen, große Fehler in der Lösung nach sich ziehen kann [121, 126]. Nach Hadamard [127] muss ein entsprechend „korrekt gestelltes“ Problem die Folgenden drei Bedingungen erfüllen:

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

---

1. Das Problem hat eine Lösung (Existenz)
2. Diese Lösung ist eindeutig bestimmt (Eindeutigkeit)
3. Diese Lösung hängt stetig von den Eingangsdaten ab (Stabilität).

Im Allgemeinen sind dabei die ersten beiden Bedingungen meist erfüllt. Im Falle der inversen Laplace-Transformation wird jedoch die dritte Bedingung verletzt, da die Lösung sich nicht stabil mit den Anfangsbedingungen ändert. Der inkorrekt gestellte Charakter kann leicht mit dem Riemann-Lebesque Lemma verstanden werden, welches festlegt, dass die Fourier-Transformation jeder gegebenen integrierbaren Funktion bei unendlich verschwindet [121, 128]. Eine solche kann für eine Funktion  $K(x, t)$  beschrieben werden als:

$$\mathcal{F}(K(x, t)) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t) e^{ipx} dx = g_p(x) \rightarrow 0 \quad \text{für } p \rightarrow \infty. \quad (5.14)$$

Darüber hinaus kann gezeigt werden, dass jedes Integral der Form:

$$g_p(x) = \int_a^b h(x, t) f_p(t) dt, \quad (5.15)$$

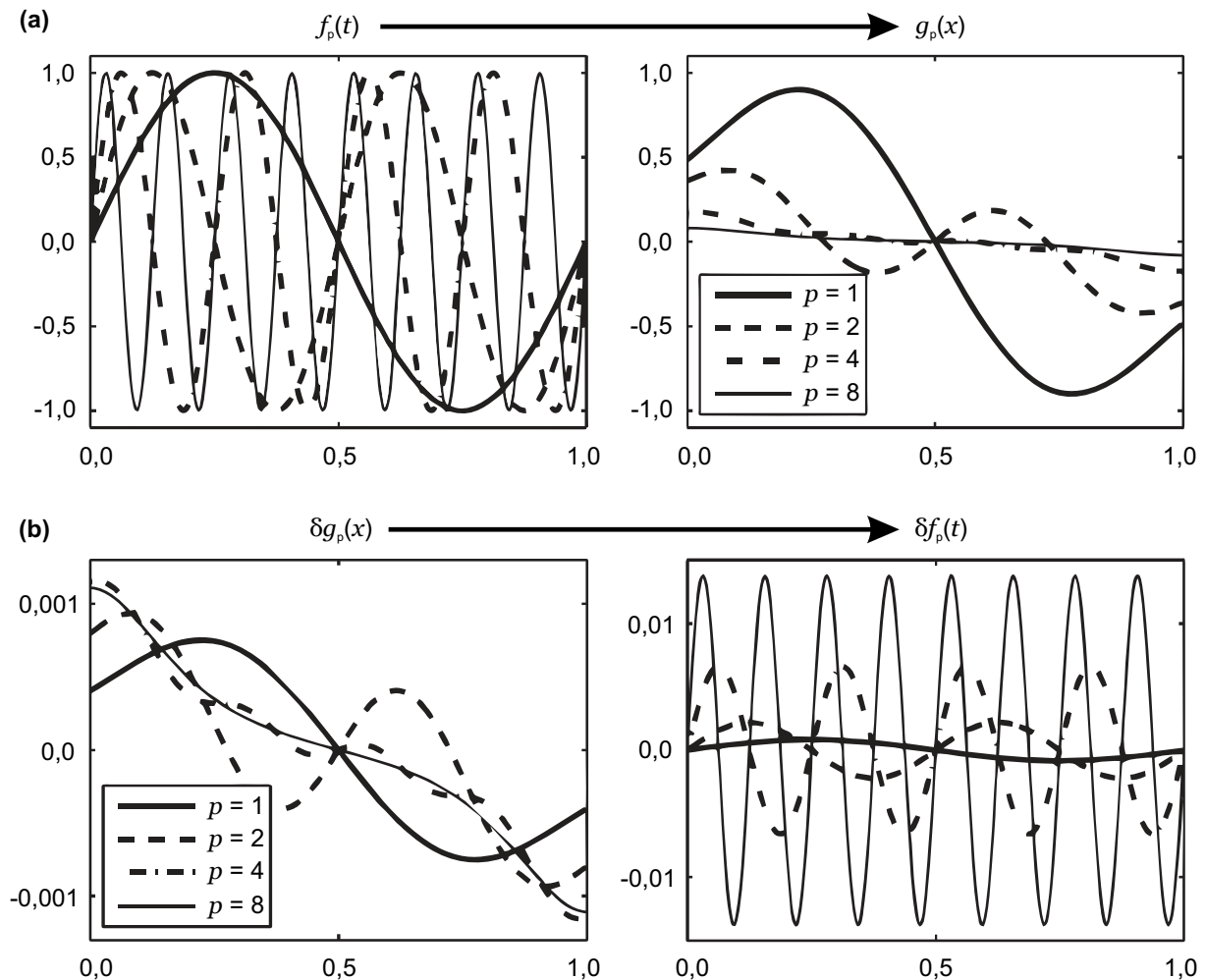
mit  $f_p(t) = \sin(2\pi pt)$  und einer integrierbaren Funktion  $h$  das Riemann-Lebesque Lemma erfüllt [121] und insbesondere die Laplace-Transformation, denn es gilt:

$$\mathcal{L}[\sin(pt), x] = \frac{p^2}{p^2 + x^2} \rightarrow 0 \quad \text{für } p \rightarrow \infty. \quad (5.16)$$

Da nun gezeigt wurde, dass die Laplace-Transformation das Riemann-Lebesque Lemma erfüllt, wird überprüft, wie es sich mit dem inkorrekt gestellten Charakter von Gl. 5.15 verhält. Mit steigendem  $p$ , repräsentativ für eine steigende Frequenz in  $f(t)$ , nimmt die Lösung des Integrals von  $g(x)$  ab. Dazu kann beim Gang von  $f_p(t)$  zu  $g_p(x)$  als Analogie die Unterdrückung hoher Frequenzen bei einem elektronischen Tiefpassfilter angenommen werden [Abb. 5.11(a)] und im umgekehrten Fall von  $g_p(x)$  zu  $f_p(t)$  entsprechend die eines Hochpassfilters. Mit einer Störung  $\delta g$  in  $g$  und entsprechend  $\delta f$  in  $f$  wird klar, dass selbst eine kleiner Änderung  $\delta g$  eine beliebig große Änderung in  $f$  zur Folge hat, wenn die Frequenz  $p$  der Störung dabei ausreichend groß ist [Abb. 5.11(b)]. Folglich führt dies bei einem korrekt gestellten Problem zu einer Verletzung der dritten Bedingung.

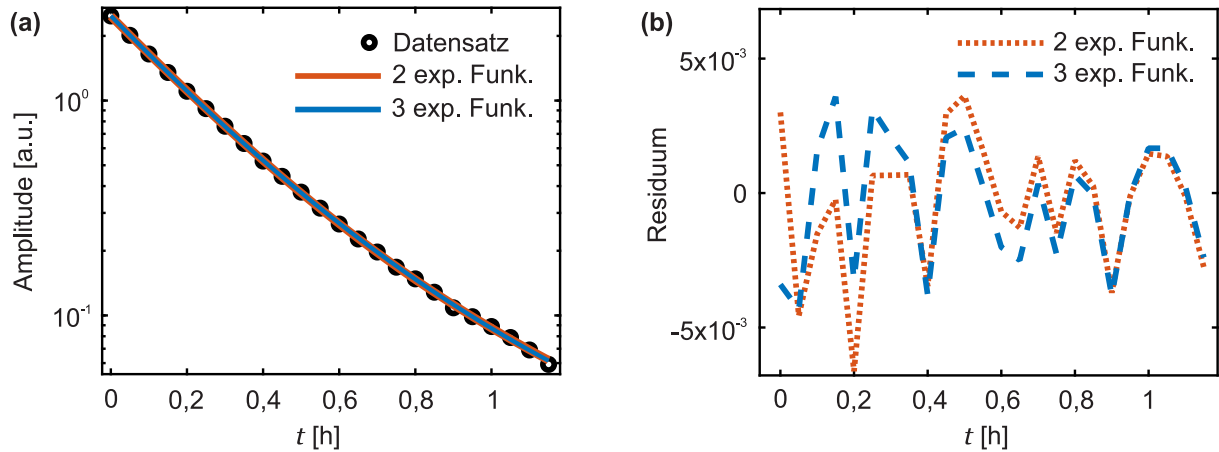
Anhand des Beispiels von Lanczos [130], bei dem eine Summe von Exponentialfunktionen an einen Datensatz - bestehend aus drei exponentiellen Zerfällen - angepasst wurde, kann der inkorrekt gestellte Charakter der Exponentialanalyse gezeigt werden.

## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie



**Abbildung 5.11:** Visualisierung des Riemann-Lebesgue Lemma für  $f_p(t) = \sin(2\pi pt)$  basierend auf [109, 129]. (a) Der Gang von  $f_p(t)$  zu  $g_p(x)$  zeigt die Dämpfung hoher Frequenzen. (b) Der Gang von  $g_p(x)$  zu  $f_p(t)$  zeigt entsprechend eine Verstärkung hoher Frequenzen, wobei  $\delta g_p(x)$  auf 0,01 normalisiert ist.

Die Datenpunkte variieren dabei um eine Größenordnung, jedoch sowohl das Residuum ( $y_{\text{fit},i} - y_i$ ), als auch der Korrelationskoeffizient  $R^2$  - als Maß für die Qualität der Kurvenanpassung - verändern sich bei unterschiedlichen Exponentialfunktionen nicht, s. Abb. 5.12. Der Grund für die ähnlichen Residuen und Korrelationskoeffizienten kann dadurch erklärt werden, dass Änderungen in den Parametern einer Exponentialfunktion bis zu einem gewissen Grad durch die anderen kompensiert wird. Darüber hinaus nimmt das Problem der gegenseitigen Beeinflussung mit steigender Anzahl an exponentiellen Anteilen zu, selbst wenn dabei der Datensatz vollständig rauschfrei ist. Zur Bestimmung dieser Parameter können bei einem inkorrekt gestellten Problem wiederum verschiedenste numerische Algorithmen und Verfahren angewendet werden, beispielsweise die sog. SVD (eng. *single value decomposition*) [129] oder die Gardner-Transformation [121, 131]. Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch die sog. Tikhonov-



**Abbildung 5.12:** Lanczos Beispiel entnommen aus [121, 130] und basierend auf [109]: (a) 24 Datenpunkte (Kreise) werden mittels 2 Exponentialfunktionen (exp. Funk.) angepasst mit  $f_2 = 2,202 \exp(-4,45t) + 0,305 \exp(-1,58t)$  (orangene Linie) und 3 Exponentialfunktionen mit  $f_3 = 0,0951 \exp(-t) + 0,8607 \exp(-3t) + 1,5576 \exp(-5t)$  (blaue Linie). Die Linien beider Anpassungen sind mit einem Unterschied in der Größenordnung von  $10^{-3}$  ununterscheidbar und nur durch verschiedene Linienbreiten sichtbar. (b) Das berechnete Residuum mit einem Korrelationskoeffizient für beide Funktionen von  $R^2 = 0,9962$ .

Regularisierung als eine der etabliertesten Methoden, zur Lösung linearer inkorrekt gestellter Problem, verwendet [132–135].

### 5.1.6 Tikhonov-Regularisierung

Die Regularisierung ist eine Technik der Lösungsabschätzung von inkorrekt gestellten Problemen, und im Bezug auf inverse Probleme ist die Tikhonov-Regularisierung - benannt nach dem russischen Physiker Andrey N. Tikhonov - das meist genutzte Verfahren [132, 133]. Beginnend bei einem linearen Problem der Form:

$$Ax = b, \quad (5.17)$$

wobei  $A$  ein auf  $x$  wirkender Operator ist und  $b$  die Lösung, stellt bei einer rauschbehafteten Messung  $\tilde{b} = b + b_{\text{Rauschen}}$  die inverse Operation zur Lösungsfindung ein inkorrekt gestelltes Problemen dar. Typischerweise wird für die Bestimmung von  $x'$  mit der Methode der kleinsten Quadrate der Wert mit einem minimalen Fehler zwischen dem gemessenen und angepassten Wert gemäß

$$\min \|Ax' - \tilde{b}\|_2^2 \quad (5.18)$$

bestimmt, wobei  $\|x\|_2 := \sqrt{x_1^2 + x_2^2 \dots x_n^2}$  für die Euklidische Norm steht. Da dieser Ansatz sehr stark von den Anfangsbedingungen abhängt, fügt die Tikhonov-Regularisierung

einen Regularisierungsparameter  $a$  hinzu, welcher sich gemäß:

$$\min \left( \underbrace{\|Ax' - \tilde{b}\|_2^2}_1 + \underbrace{a}_2 \underbrace{\|x'\|_2^2}_3 \right) \quad (5.19)$$

proportional zur Norm der Lösung  $x'$  verhält. Der erste Teil gibt an, wie gut die Lösung  $x'$  den Datensatz  $\tilde{b}$  beschreibt, während der dritte Teil dafür Sorge trägt, dass die Lösung  $x'$  nicht zu umfangreich wird. Der Regularisierungsparameter  $a$  nimmt dabei nur positive Werte an und kann sozusagen als Vermittler zwischen diesen beiden Anteilen angesehen werden. Für kleines  $a$  dominiert der erste Teil und die Lösungsannäherung wird mit dem Limit keiner Regulierung für  $a \rightarrow 0$  als reines Minimalisierungsproblem behandelt. Für große  $a$  dominiert der dritte Teil, sodass ein immer komplexer werdender Lösungsumfang  $x'$  die weitere Annäherung an den Datensatz verschlechtert.

Der Ausdruck der Tikhonov-Regularisierung kann gleichwohl auch von den Lagrange-Multiplikatoren abgeleitet werden. Mit der Annahme der Minimalisierung von  $\|Ax' - \tilde{b}\|_2^2$  und unter der Einschränkung  $\|x'\|_2^2 \leq \delta$  gilt mit dem Lagrange-Multiplikator  $\lambda$ :

$$\min \left[ \|Ax' - \tilde{b}\|_2^2 + \lambda \cdot \left( \|x'\|_2^2 - \delta \right) \right]. \quad (5.20)$$

Bis jetzt wurde lediglich die Euklidische Norm  $\|x\|_2$  zur Beschreibung der Abweichung verwendet, jedoch existieren auch andere, wie z. B. eine Glättungsnorm der Form  $\|f^{(d)}\|_2 := \left[ \int_0^1 (f^{(d)}(t))^2 dt \right]^{(1/2)}$ , mit  $f^{(d)}$  als d-te Ableitung von  $f$ . Wie der Name bereits vermuten lässt, findet eine Lösungsannäherung durch die Tikhonov-Regularisierung in diesem Fall durch sukzessive Glättungen des Datensatzes statt. Im Rahmen der Arbeit wird dieser Ansatz jedoch nicht weiter verfolgt, jedoch sei an dieser Stelle für interessierte Leser auf das Buch von Per Christian Hansen [129] verwiesen.

Es existieren verschiedenste Verfahren, um abhängig vom vorliegenden Problem und den Anfangsbedingungen, den passenden Grad an Regularisierung zu bestimmen [134–138]. Zur Auswertung der Datensätze in dieser Arbeit werden dazu das sog. Abweichungskriterium und das sog. L-Kriterium verwendet.

### Abweichungskriterium

Das Prinzip des Abweichungskriterium wurde 1968 von Morozov veröffentlicht [139], welches auf der Annahme basiert, dass die Abweichung von der Lösung durch die Regularisierung  $\|Ax_a - \tilde{b}\|$  in der selben Größenordnung wie das Rauschen  $\delta$  sein muss, bzw. auch nicht kleiner sein darf:  $\|Ax_a - \tilde{b}\| \geq \delta$ . Damit gilt für die gesuchte Lösung  $x_a$

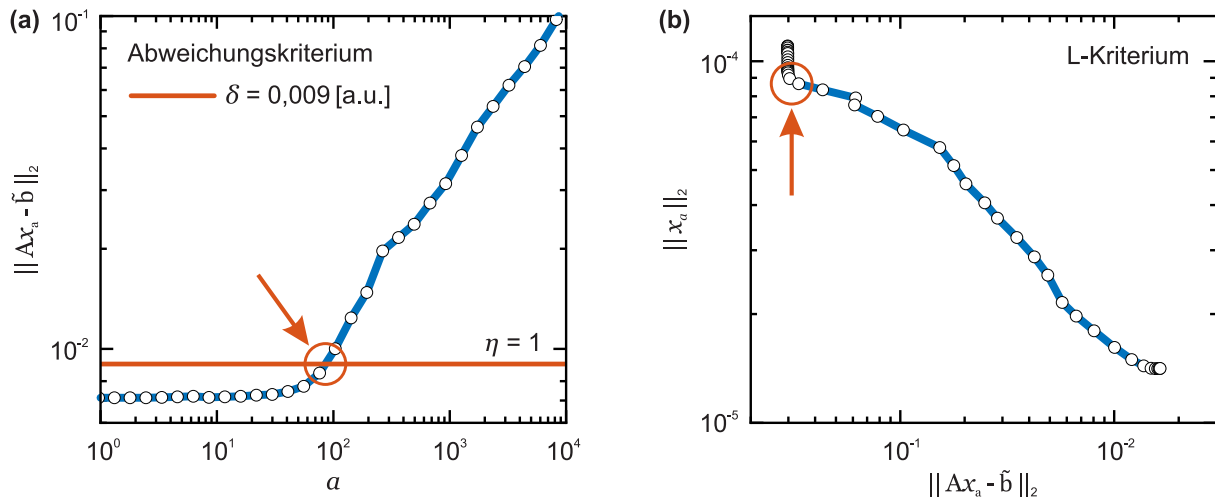


## 5.1. Optimierung der Leitwert-Spektroskopie

die Bedingung:

$$\|Ax_a - \tilde{b}\| = \eta\delta \quad \text{mit } \eta \geq 1. \quad (5.21)$$

Dabei wird  $\eta$  als der sog. Sicherheitsfaktor bezeichnet, eingeführt um sicherzustellen, dass der Fehler aufgrund der Regularisierung einen Schnittpunkt mit dem Rauschuntergrund des Datensatzes (orangene Linie) besitzt, exemplarisch dargestellt in Abb. 5.13(a). Dieses Prinzip kommt aufgrund seiner Einfachheit oft zur Anwendung,



**Abbildung 5.13:** Methoden zur Feststellung des passenden Regularisierungsparameters  $a$ . (a) Das Abweichungskriterium, bei der die Abweichung von der Lösung durch die Regularisierung (Residuums-Norm)  $\|Ax_a - \tilde{b}\|$  gleich dem Rauschen des Signals  $\delta$  (orangene Linie) sein muss. Der konstruierte Sicherheitsfaktor  $\eta \geq 1$  stellt sicher, dass immer ein Schnittpunkt mit dem Rauschuntergrund des Datensatzes besteht. (b) Das L-Kriterium nutzt den entstehenden Abknickpunkt zur Festlegung der korrekten Regularisierung bei doppelt-logarithmischen Achsen, mit der Residuums-Norm  $\|Ax_a - \tilde{b}\|$  auf der Abzisse und der Lösungs-Norm  $\|Ax_a\|$  auf der Ordinate.

hat dabei jedoch einige Nachteile [129, 140]. Der größte ist wohl die starke Abhängigkeit zum eigentlich undefinierten Parameter  $\eta$ .

### L-Kriterium

Als konventioneller Ansatz dienen doppelt-logarithmische Achsen zur Darstellung der Informationen aus der Tikhonov-Regularisierung  $\|Ax_a - \tilde{b}\|$  und  $\|x_a\|$ . Dadurch nimmt der Regularisierungsanteil eine L-Form an, wodurch dieses Prinzip seinen Namen erhält, s. Abb. 5.13(b). Das L-Kriterium schlägt zur Wahl des besten Regularisierungsparameters  $a$  den Knickpunkt in der L-Form vor, da an dieser Stelle der beste Kompromiss zwischen einer kleinen Residuums-Norm  $\|Ax_a - \tilde{b}\|$  und einer kleinen Lösungs-Norm  $\|x_a\|$  bestehen soll. Die Residuums-Norm weiter über diesen Punkt hinaus zu verringern, hätte einen raschen Anstieg der Lösungs-Norm zur Folge.

So einfach es ist, den Knickpunkt im Beispiel von Abb. 5.13(b) visuell zu bestimmen,

so schwer ist es, dies automatisiert für eine Vielzahl von angepassten Kurven mittels eines Algorithmus durchzuführen, sodass zusätzliche Analysen notwendig werden [138, 141, 142]. An dieser Stelle sei ebenfalls auf ausführlichere Beschreibungen im Buch von Per Christian Hansen [129] hingewiesen.

Im Vergleich zum Abweichungskriterium benötigt das L-Kriterium keine Information über die Höhe des Rauschuntergrunds, unterliegt dabei jedoch anderen Einschränkungen, da die Kurve insbesondere bei einer zu geringen Anzahl an Datenpunkten keine klare L-Form aufweist [143, 144]. Neben diesen beiden Prinzipien existieren noch einige Weitere, jedoch kann keines in jedem Fall eine zweifelsfreie Wahl des Regularisierungsparameters garantieren.

## 5.2 Annihilationsdynamik und Ladungsspeicherung

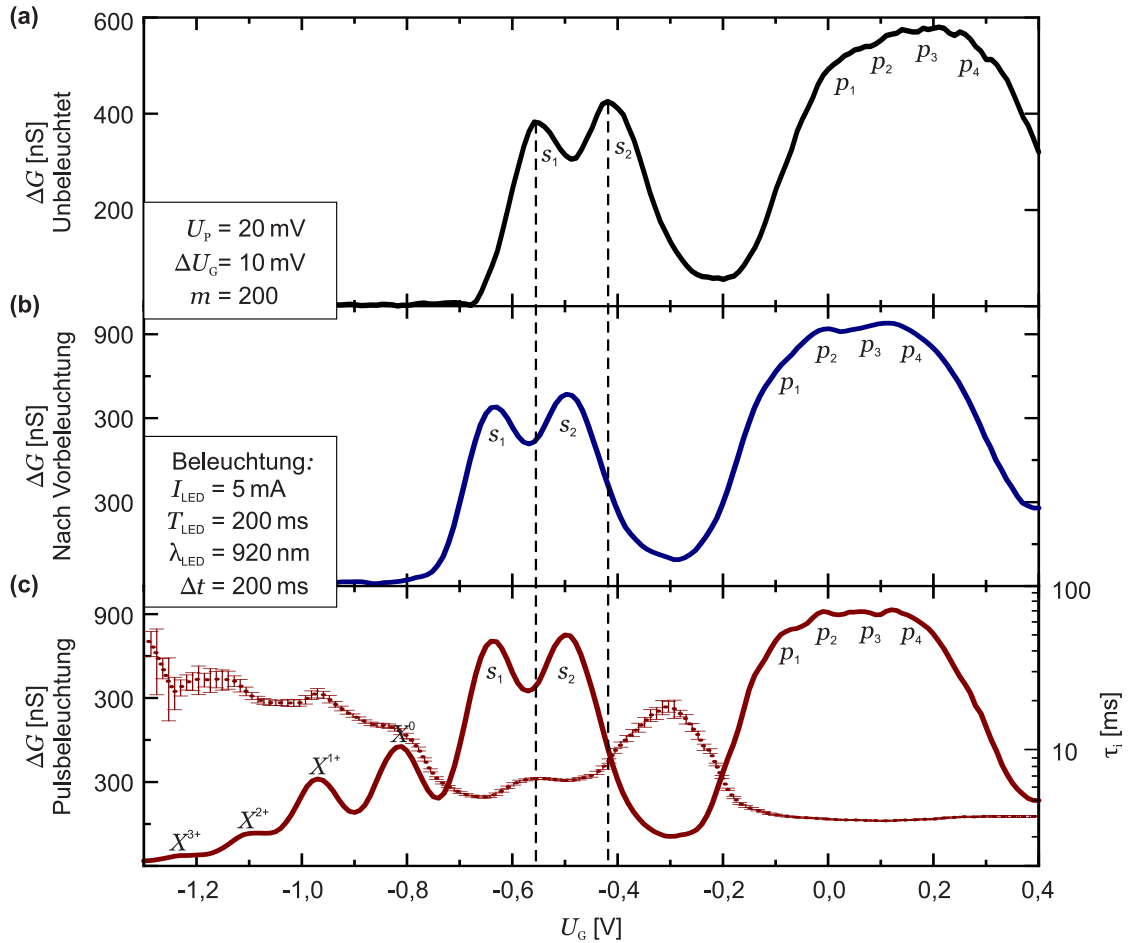
An Probe #14010 mit einer Schicht QDs wurde aufbauend auf den Studien von Labud [86] eine umfassende Untersuchung der Dynamik des 2DEGs während der LED-Beleuchtung durchgeführt. Die folgenden Messungen sind dabei alle mittels Leitwert-Spektroskopie nach Kap. 4.1 durchgeführt worden, im Speziellen mit den dort beschriebenen Prinzipien des quasi-Gleichgewichts sowie der gepulsten Beleuchtung.

### 5.2.1 Quasi-Gleichgewichtsbeladung an Quantenpunkten

Als Referenz für die Beladung des QD-Ensembles wurde vorbereitend ein vollständiges Spektrum im quasi-Gleichgewicht ohne LED-Beleuchtung, dargestellt in Abb. 5.14(a) sowie nach Vorbeleuchtung [Abb. 5.14(b)] und unter gepulster Beleuchtung [Abb. 5.14(c)] durchgeführt. Für alle Messungen betrug die Amplitude des Spannungspulses für die quasi-Gleichgewichtsbeladung  $U_P = 20$  mV und die Schrittweite der DC-Spannungsänderung  $\Delta U_G = 10$  mV. Vor den Beleuchtungsmessungen in Abb. 5.14(b,c) sind die DX-Zentren mit einem LED-Strom von  $I_{LED} = 5$  mA über eine Dauer von  $T_B = 10$  min vollständig abgesättigt worden (Anhang A.3). Für die gepulste Beleuchtung betrug der LED-Strom ebenfalls  $I_{LED} = 5$  mA, bei einer Beleuchtungspulsdauer von  $T_{LED} = 200$  ms sowie einer Wartezeit zwischen Beleuchtung und Spannungspuls von  $\Delta t = 200$  ms.

Die Amplitude  $A$ , die sich nach Gl. 4.2 aus einer einfachen Kurvenanpassung durch eine Exponentialfunktion an die Transienten im gemessenen 2DEG-Strom ergibt (Abb. 4.2), wurde mit der angelegten Kanalspannung  $U_K = 40$  mV und Gl. 4.1 zum Leitwert  $G$  bzw. der Leitwertänderung  $\Delta G$  umgerechnet. Beginnend bei einer DC-Spannung von  $U_G = -1,3$  V wird das 2DEG beladen. Für die unbeleuchtete Messung in Abb. 5.14(a) ist das  $s_1$ -Energieniveau des QD-Ensembles im Mittel bei

## 5.2. Annihilationsdynamik und Ladungsspeicherung



**Abbildung 5.14:** Spektren im quasi-Gleichgewicht an Probe #14010 mit  $U_P = 20$  mV und  $\Delta U_G = 10$  mV. Die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  ergibt sich aus der Amplitude mit Anpassung einer Exponentialfunktion an die Transienten. (a) Unbeleuchtetes Spektrum mit 2  $s$ - und 4  $p$ -Zuständen. (b) Unbeleuchtetes Spektrum nach Absättigung der DX-Zentren. Durch entsprechende Erhöhung der Fermi-Energie  $E_F$  verschiebt das ganze Spektrum zu negativeren  $gate$ -Spannungen. (c) Spektrum unter Pulsbeleuchtung, wobei sich 4 zusätzliche Maxima ergeben, welche mit den Exzitonen-Zuständen  $X^0$ ,  $X^{1+}$ ,  $X^{2+}$  und  $X^{3+}$  assoziiert werden können. Neben der Amplitude ist zusätzlich die Zeitkonstante  $\tau_i$  auf der rechten Achse aufgetragen.

$U_G = -0,56$  V beladen sowie das  $s_2$ -Energieniveau bei  $U_G = -0,42$  V, wobei die zweifache Spinentartung aufgrund der Coulomb-Abstoßung aufgehoben ist [105]. Entsprechend werden die vier Spin- und Drehimpuls-Entarteten  $p$ -Zustände durch die Coulomb-Abstoßung im DC-Spannungsbereich zwischen  $U_G = -0,1$  V und  $U_G = 0,3$  V beladen [45, 51, 105], können dabei jedoch aufgrund einer zu großen Inhomogenität in der normalverteilten Größe der QDs nicht einzeln aufgelöst werden. Selbiges gilt für die Messungen in Abb. 5.14(b) und Abb. 5.14(c), wobei durch die Absättigung der DX-Zentren die Ladungsträgerdichte  $n$  im 2DEG erhöht ist und deshalb durch die gestiegene Fermi-Energie  $E_F$  alle Energieniveaus bereits bei leicht negativeren DC-Spannungen  $U_G$  beladen werden. In Abb. 5.14(c) treten bei aktiver Pulsbeleuchtung

## 5.2. Annihilationsdynamik und Ladungsspeicherung

**Tabelle 5.1:** Energieabstände der lichtinduzierten Exzitonen-Zustände  $\Delta E$  (z. B. zwischen  $X^0$  und  $X^{1+}$   $\Delta E_{X^0X^{1+}}$ ) im Vergleich zum Energieabstand zwischen  $s_1$ - und  $s_2$ -Zustand  $\Delta E_{s_2s_1}$ . Die Werte unterliegen dabei einer Ungenauigkeit von  $\pm 1$  meV.

	$E[\text{meV}]$
$\Delta E_{s_2s_1}$	21,0
$\Delta E_{s_1X^0}$	28,5
$\Delta E_{X^0X^{1+}}$	25,7
$\Delta E_{X^{1+}X^{2+}}$	23,3

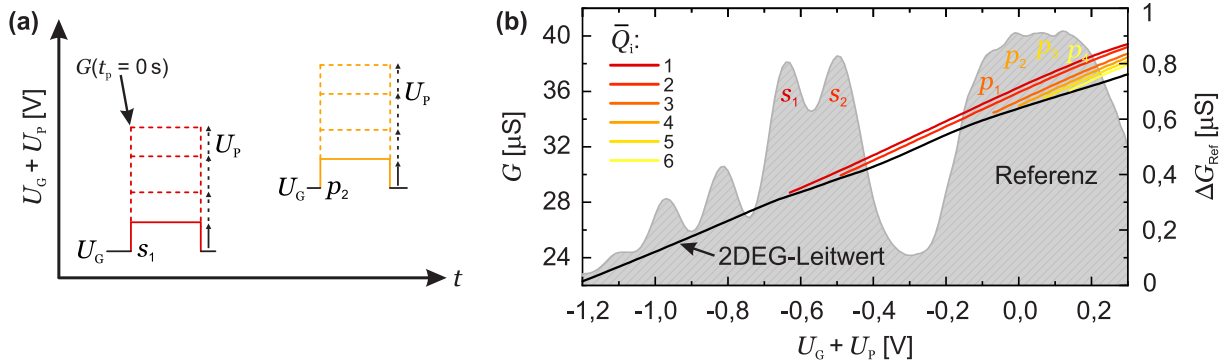
neben den Einzelelektronen-Zuständen zusätzlich noch Exzitonen-Zustände bei  $U_G = -0,81$  V ( $X^0$ ),  $U_G = -0,97$  V ( $X^{1+}$ ),  $U_G = -1,11$  V ( $X^{2+}$ ) sowie  $U_G = -1,23$  V ( $X^{3+}$ ) auf.

Durch den Ansatz des Hebelarms (Gl. 3.1) lässt sich die *gate*-Spannung  $U_G$  in eine Energie  $E$  für die Niveaus in den QDs umrechnen. Daraus folgen die in Tab. 5.1 enthaltenen Energieabstände der lichtinduzierten Exzitonen-Zustände  $\Delta E$  (z. B. zwischen  $X^0$  und  $X^{1+}$   $\Delta E_{X^0X^{1+}}$ ), im Vergleich zum Energieabstand zwischen  $s_1$ - und  $s_2$ -Zustand  $\Delta E_{s_2s_1}$ . Die Energiewerte unterliegen einem Fehler von ungefähr  $\pm 1$  meV, begründet durch einen nicht genau bestimmbareren Drehpunkt, aufgrund der Ausdehnung des 2DEGs. Wichtig ist an dieser Stelle zu sagen, dass die QDs aufgrund der Löcher einfach bis mehrfach positiv geladenen sind. Deshalb können Elektronen bereits bei negativeren *gate*-Spannungen  $U_G$  in die QDs tunneln und besetzen folglich die selben Energieniveaus, wie die Einzelelektronen-Zustände (z. B.  $s_1 \rightarrow X^0$  im quasi-Gleichgewicht).

In Abb. 5.14(c) ist aus der exponentiellen Anpassung neben der Amplitude ebenfalls die Zeitkonstante  $\tau_i$  inklusive Fehlerbalken aufgetragen. Der Verlauf der Zeitkonstante, als Maß für die Tunnelkopplung der QDs an das 2DEG, weist zu positiveren *gate*-Spannungen  $U_G$  einen Abwärtstrend auf. Dieser ergibt sich durch die sukzessive Verkippung der Bandstruktur, wodurch die Breite der Tunnelbarriere abnimmt, was folglich die Tunnelwahrscheinlichkeit erhöht, vgl. Kap. 2.2.4. Daneben treten Maxima und Minima, korrespondierend mit Resonanzen der Energieniveaus in den QDs auf. Im Bereich der *s*-Niveaus sowie im geringen Maße auch im Bereich der *p*-Niveaus manifestiert sich die Spinentartung. Am Beispiel der *s*-Niveaus führt dies beim  $s_2$  zu einer Erhöhung von  $\tau_i$ , da die QDs bereits mit einem Elektron beladen sind und dadurch nur Elektronen aus dem 2DEG in den QD tunneln können, die den entgegengesetzten Spin aufweisen [105].

### Mittlerer Ladungszustand der Quantenpunkte

Um den mittleren Ladungszustand der QDs  $\bar{Q}_i$  in Zusammenhang zum gemessenen Leitwert  $G$  zu bringen, wurden nicht-Gleichgewichtsmessungen mit steigender Pulsspannung durchgeführt, dargestellt in Abb. 5.15. Ausgehend von  $gate$ -Spannungen  $U_G$



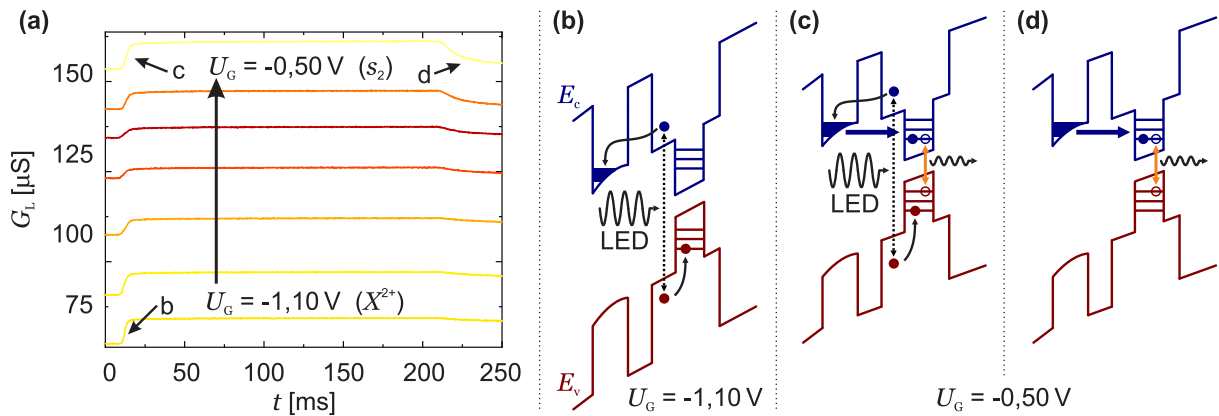
**Abbildung 5.15:** (a) Schematische Darstellung der nicht-Gleichgewichtspulse zur Einstellung von verschiedenen Ladungszuständen in den QDs. Die  $gate$ -Spannung  $U_G$  lag auf den Maxima der quasi-Gleichgewichtsbeladung und die Pulsspannungen  $U_P$  wurde schrittweise erhöht. (b) Der Leitwert am Anfang der resultierenden Transienten aus (a)  $G(t_p = 0s)$  gegen  $U_G$  bzw.  $U = U_G + U_P$ . Die resultierende Kurvenschar mit den Leitwertdifferenzen  $\Delta G$ , der einzelnen nicht-Gleichgewichtszustände, kann in einen mittleren Ladungszustands der QDs umgerechnet werden. Das quasi-Gleichgewichtsspektrum  $\Delta G_{Ref}$  dient als Referenz.

auf den Maxima für die Einzelelektronen-Zustände aus Abb. 5.14(c), wurde die Pulsspannung sukzessive erhöht, beginnend bei  $U_P = 10$  mV [Abb. 5.15(a)]. Aus den resultierenden 2DEG-Antworten ist der Leitwert  $G$  zu Beginn der Transiente genommen worden. Zu diesem Zeitpunkt hat das schnelle 2DEG bereits auf die neue Gesamtspannung am  $gate$   $U = U_G + U_P$  reagiert. Aufgrund der deutlich langsameren Tunnelrate zu den QDs hat jedoch noch kein Ladungsaustausch stattgefunden. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.15(b) dargestellt, wobei die schwarze Linie als Basislinie für den 2DEG-Leitwert  $G$  durch Erhöhung der  $gate$ -Spannung  $U_G$  fungiert. Diese nimmt kontinuierlich zu und knickt bei Beladung der QDs an den entsprechenden  $gate$ -Spannungen ein. Als Referenz dient das Beladespektrum im quasi-Gleichgewicht  $\Delta G_{Ref}$  aus Abb. 5.14(c).

Es ergibt sich eine Kurvenschar in Abhängigkeit der Pulsspannung  $U_P$  und der  $gate$ -Spannung  $U_G$ . Die jeweiligen Differenzen im Leitwert  $\Delta G$ , zwischen der schwarzen Basislinie des 2DEGs und den induzierten nicht-Gleichgewichtszuständen, dienen der Entkopplung zwischen einer Leitwertänderung durch die  $gate$ -Spannung und unter Änderung des Ladungszustands der QDs. Daraus lässt sich im Folgenden der mittlere Ladungszustand der QDs  $\bar{Q}_i$  ableiten.

### 5.2.2 Beleuchtungsdynamik des 2DEGs

Nach diesen Vorbereitungen kann detailliert das Verhalten des 2DEGs während des Beleuchtungspulses analysiert werden. Im ersten Schritt ist dazu in Abb. 5.16(a) die entsprechende 2DEG-Antwort  $G_L(t)$  für verschiedene *gate*-Spannungen  $U_G$  über die Dauer des Beleuchtungspulses von  $T_{LED} = 200$  ms dargestellt. Zur Erklärung der zugrundeliegenden Prozesse dienen die 3 Skizzen, welche für  $U_G = -1,10$  V [Abb. 5.16(b) - Exzitonen-Zustände) und  $U_G = -0,50$  V (Abb. 5.16(c,d) -  $s_2$ -Zustand) das Valenz- und Leitungsband um QD und 2DEG abbilden sowie die beteiligten Ladungsträger. Die Pfeile stehen für die Anregung von Elektron-Loch-Paaren (schwarz gestrichelt), Elektronentunneln (blau) und Elektron-Loch-Rekombination (orange), verantwortlich für das 2DEG-Verhalten in Abb. 5.16(a).

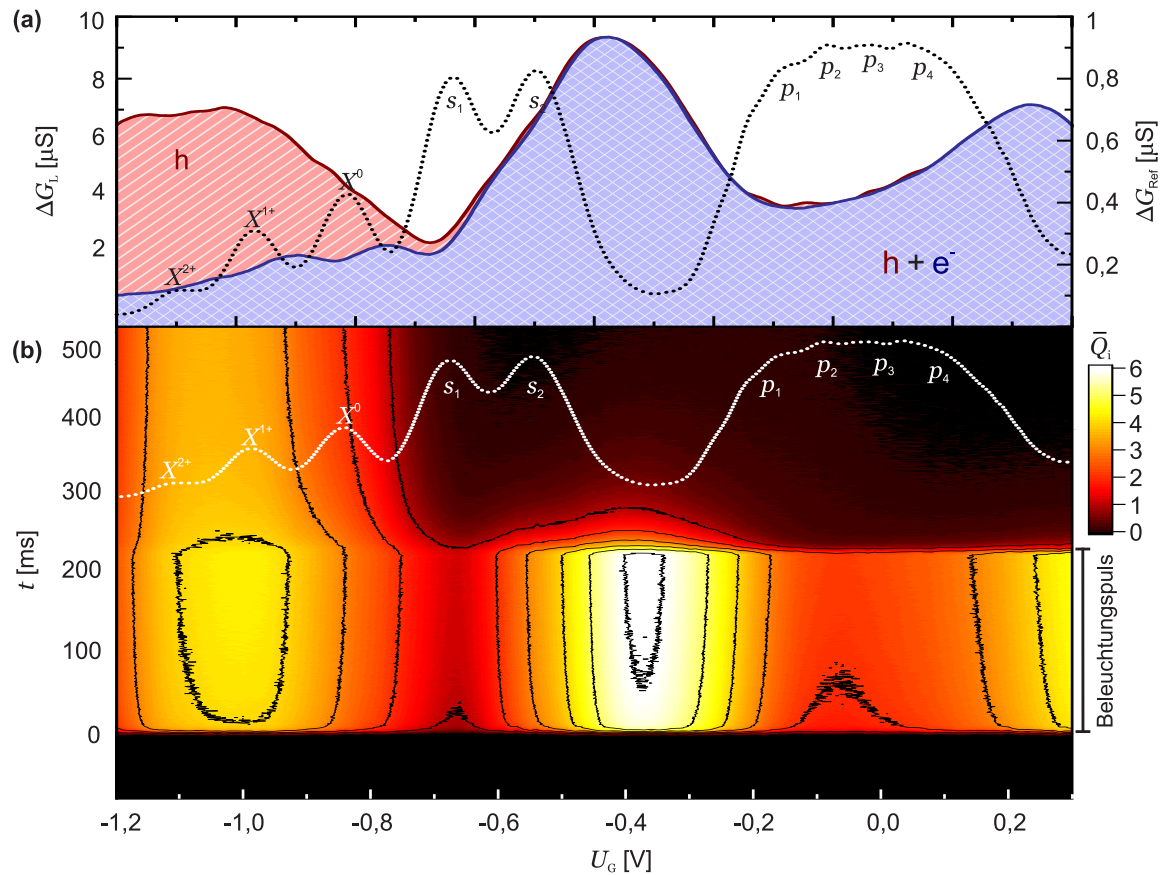


**Abbildung 5.16:** (a) 2DEG-Antwort  $G_L(t)$  während des Beleuchtungspulses mit zunehmender *gate*-Spannung  $U_G$ . Die Beleuchtung beginnt bei  $t = 0$  ms und endet bei  $t = 200$  ms. Die drei Grafiken in (b) - (d) bilden das Leitungs- und Valenzband um den QD und das 2DEG für  $U_G = -1,10$  V in (b) und  $U_G = -0,50$  V in (c,d) ab, um das Elektronentunneln sowie die Anregung von Elektron-Loch-Paaren und deren Rekombination für das Verhalten des 2DEGs in (a) zu erläutern. Der blaue Pfeil in jeder Grafik repräsentiert die Tunnelkopplung zwischen 2DEG und QD, während die schwarz gestrichelte Linie für die lichtinduzierte Anregung von Elektron-Loch-Paaren steht. Der orangenen Pfeil indiziert die schnelle Rekombination von Elektronen und Löchern in den QDs, meist unter Abgabe von Strahlung.

Der Leitwert  $G$  des 2DEG-Kanals ist proportional zur Beweglichkeit  $\mu$  und Ladungsträgerdichte  $n$ . Wie von Kurzmann *et al.* gezeigt wurde, korreliert ein Anstieg im Leitwert mit einer erhöhten Anzahl an Elektronen im 2DEG und umgekehrt [85], wogegen der Einfluss der Coulomb-Streuung durch geladene QDs vernachlässigbar ist [104]. Unter Berücksichtigung dessen, muss das Verhalten des 2DEGs während des Beleuchtungspulses im direkten Zusammenhang zur Ladung in den QDs stehen.

Zur Weiteren Untersuchung des 2DEG-Verhaltens und auf Grundlage der Daten aus Abb. 5.16(a), stellt Abb. 5.17(a) die absolute Leitwertdifferenz  $\Delta G_L$  zu Beginn

(rote Kurve) und am Ende (blaue Kurve) des Beleuchtungspulses dar. Beide Kurven



**Abbildung 5.17:** Leitwertdifferenz  $\Delta G_L$ , hervorgerufen durch die Beleuchtung und auf Grundlage der Daten aus Abb. 5.16(a). Für die rote Kurve wurde die Differenz zwischen dem Leitwert  $G(t)$  während des Beleuchtungspulses bei  $t = 100$  ms und vor der Beleuchtung bei  $t = 0$  ms genommen. Für die blaue Kurve ebenso während des Pulses und nach Abklingen des Leitwerts nach dem Beleuchtungspuls bei  $t = 300$  ms. (b) Die zeitaufgelöste, differentielle Entwicklung des Leitwerts über die Dauer des Beleuchtungspulses und danach. Das resultierende  $\Delta G(t)$  ist dabei in den mittleren Ladungszustand pro QD  $\bar{Q}_i$  umgerechnet worden (Abb. 5.15). Der Beleuchtungspuls ist aktiv im Zeitraum von  $t = 0$  ms bis  $t = 200$  ms, wie am rechten Rand angezeigt. Die gestrichelte Linie  $\Delta G_{\text{Ref}}$  zeigt das quasi-Gleichgewichtsspektrum und dient in beiden Graphen als Referenz für die Position der Energie-Niveaus.

liegen für  $U_G > -0,7$  V übereinander und zeigen Maxima nach dem  $s_2$ - und dem  $p_4$ -Zustand auf, wohingegen nur die rote Kurve ein breites Maximum im Bereich der Exzitonen-Zustände aufweist. Die blaue Kurve zeigt in diesem Bereich Maxima und Minima, die invers zu den Exzitonen-Zuständen im quasi-Gleichgewichtsspektrum  $\Delta G_{\text{Ref}}$  sind. Da das Referenzspektrum  $\Delta G_{\text{Ref}}$  der quasi-Gleichgewichtsbeladung entstammt, aufgenommen über den Spannungspuls mit einer Amplitude von  $U_P = 20$  mV, musste es für diese Darstellung entsprechend zu negativeren Spannungen gegen die Beleuchtungsdifferenz verschoben werden.

Erweiternd zu der absoluten Leitwertdifferenz zeigt Abb. 5.16(b) die zeitaufgelöste,

differentielle Entwicklung des Leitwerts  $\Delta G(t)$  während des Beleuchtungspulses, wobei diese mit den Ergebnissen aus Abb. 5.15 in den mittleren Ladungszustand  $\bar{Q}_i$  der QDs umgerechnet wurde. Es ergeben sich zwei fundamental unterschiedliche Verhalten nach Ende des Beleuchtungspulses für zwei Regionen: Eine partielle Abnahme der QD-Beladung für  $U_G < -0,7V$  und eine vollständige Abnahme für positivere  $U_G$ .

Die Ergebnisse über das Verhalten des 2DEGs und dem korrespondierenden Ladungszustand der QDs aus Abb. 5.16 und Abb. 5.17 werden wie folgt interpretiert. Durch den *reset*-Puls befinden sich die QDs vor dem Beleuchtungspuls im Gleichgewicht mit dem 2DEG, ohne residuale metastabile Lochzustände. Während der Beleuchtung werden die QDs in ein dramatisches nicht-Gleichgewicht gebracht, da sie bis zu 6-fach positiver geladen sind, als im Gleichgewicht, s. Abb. 5.17(b). Da die Generationsrate von Elektron-Loch-Paaren durch die Beleuchtung konstant ist, hängt der nicht-Gleichgewichtszustand lediglich von der *gate*-Spannung  $U_G$  und der damit korrespondierenden Tunnelkopplung an das 2DEG ab. Bei Resonanzen zwischen Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs und den Energieniveaus in den QDs ist die Tunnelkopplung sehr stark, sodass die beleuchtungsinduzierte Generation von Lochzuständen durch Beladung der QDs mit Elektronen dominiert wird. Dies resultiert in Minima in der Leitwertdifferenz  $\Delta G_L$  in Abb. 5.17(a). Dem gegenüber entstehen zwischen den Energieniveaus mit schwacher Tunnelkopplung Maxima, da sich Lochzustände in den QDs ansammeln können, bis die erhöhte positive Aufladung, Elektronentunnel soweit begünstigt, dass eine weitere positive Aufladung kompensiert wird. Die rote Kurve in Abb. 5.16(a) stellt für  $U_G < -0,7V$  metastabile Löcher dar, welche abhängig von der Tunnelkopplung nach Ende des Beleuchtungspulses nur partiell annihiliert werden und durch die Differenz zur blauen Kurve deutlich gemacht wird. Für höhere *gate*-Spannungen sind die ersten Energieniveaus der QDs in Resonanz mit dem 2DEG, sodass die rote und blaue Kurve nicht voneinander abweichen. Folglich werden alle lichtinduzierten Lochzustände (fehlende Elektronen und nicht-Gleichgewichtslöcher) nach der Beleuchtung durch tunnelnde Elektronen vollständig annihiliert und die Ladungsträgerdichte im 2DEG bleibt effektiv unverändert.

### 5.2.3 Metastabile Lochspeicherung

Die lichtinduzierten Löcher können durch drei Mechanismen annihiliert werden. Der erste und hauptsächlichste besteht in direktem Elektronentunneln aus dem 2DEG in die QDs und anschließender Rekombination. Die Ergebnisse aus dem vorigen Abschnitt haben verdeutlicht, dass alle Löcher für *gate*-Spannungen ab dem ersten Energieniveau



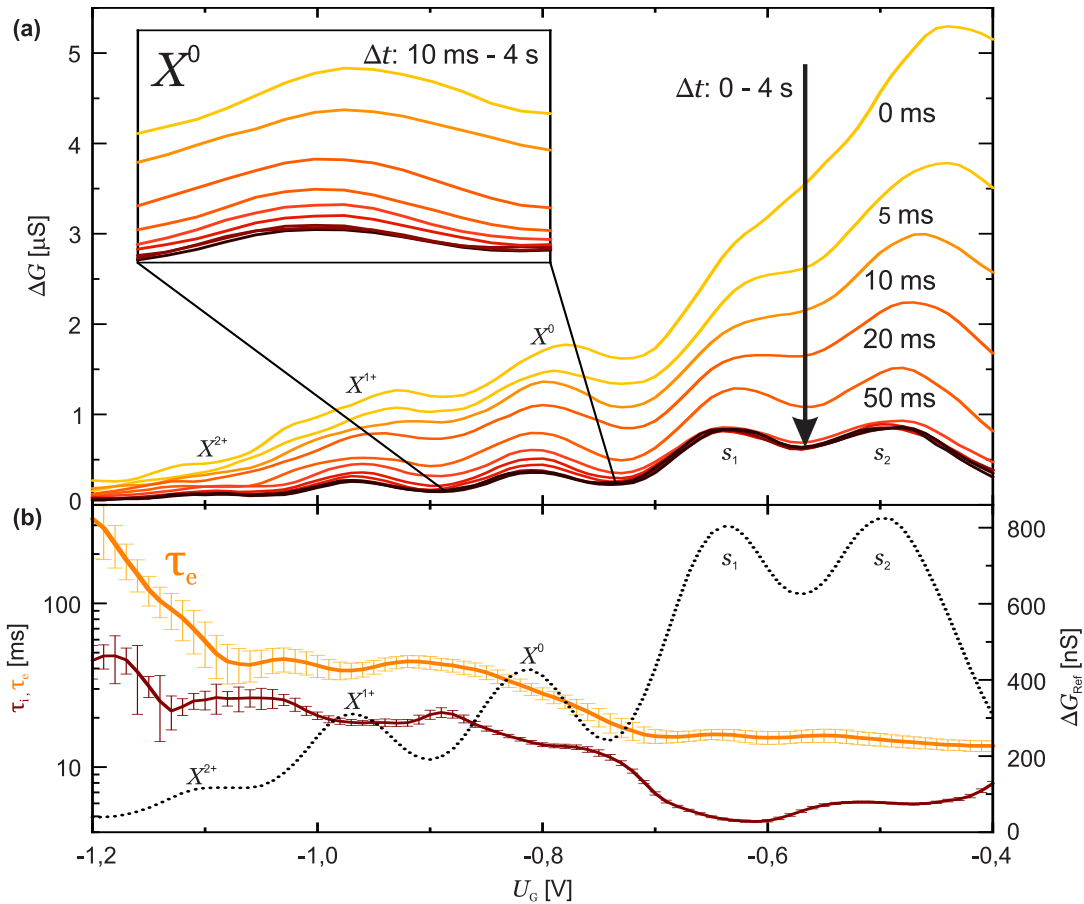
( $U_G \geq -0,7\text{V}$ ) nach der Beleuchtung rapide annihiliert werden.

Für den Spannungsbereich der Exzitonen-Zustände werden metastabile Löcher bis zu der entsprechenden *gate*-Spannungen in den QDs gespeichert, s. Abb. 5.17(b). Diese können mit der Zeit entweder über spontane, direkte Rekombination mit Elektronen aus dem 2DEG verloren gehen, wobei das Tunneln resonant in Vielteilchenzustände auftritt oder über einen, teilweise indirekten Übergang der Löcher in die SPS-Barriere und anschließendem Diffundieren zum *gate* [145].

Um eine Einschätzung der möglichen Speicherzeiten für die metastabilen Löcher zu erhalten, wird im Folgenden der Einfluss der Wartezeit  $\Delta t$  nach Ende des Beleuchtungspulses betrachtet. Für das quasi-Gleichgewichtsspektrum in Abb. 5.14(c) lag diese bei  $\Delta t = 200\text{ms}$  und es waren deutliche Exzitonen-Zustände ersichtlich, sodass die QDs noch mit Löchern beladen sein mussten. In Abb. 5.18(a) ist die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  am entsprechenden Spannungspuls  $U_P$  nach Wartezeiten von  $\Delta t = 0\text{s}$  bis  $\Delta t = 4\text{s}$  und für den *gate*-Spannungsbereich der Exzitonen-Zustände bis einschließlich des  $s_2$ -Zustands abgebildet. Dabei findet bei sehr kurzen Wartezeiten  $\Delta t$  eine schnelle Abnahme der Leitwertdifferenz  $\Delta G$  statt und anschließend ein Übergang in ein metastabiles Gleichgewicht. An dieser Abnahme wurde, in Abhängig der *gate*-Spannung, die Zeitkonstante  $\tau_e$  über Anpassung mit Exponentialfunktionen bestimmt. Der resultierende Verlauf der Zeitkonstanten  $\tau_e$  ist in Abb. 5.18(b) dargestellt. Dabei wurde zum Vergleich das quasi-Gleichgewichtsspektrum  $\Delta G_{\text{Ref}}$  und der dazugehörige Verlauf der Zeitkonstanten für die Beladung  $\tau_i$  hinzugefügt.

Im Bereich der Einzelelektronen-Zustände des  $s$ -Niveaus ( $U_G \geq -0,7\text{V}$ ) nimmt das Signal für Wartezeiten bis  $\Delta t = 100\text{ms}$  sehr schnell ab und ist anschließend stabil. Die Exzitonen-Zustände hingegen scheinen ab Wartezeiten von  $\Delta t = 500\text{ms}$  nicht weiter abzunehmen, sodass davon ausgegangen werden kann, dass Speicherzeiten der Löcher von 4 s und länger möglich sind. Die Erklärung für den hohen Leitwert, bei kurzen Wartezeiten  $\Delta t$  in Abb. 5.18(a), basiert direkt auf den vorigen Ergebnissen der Beleuchtungspuls-Dynamik, denn direkt nach dem Ende der Beleuchtung überlappt der Spannungspuls  $U_P$  mit der Annihilation der nicht-Gleichgewichtslöcher und dem Wiederauffüllen der QDs mit Elektronen.

Abschließend soll mit den Daten aus Abb. 5.18(b) eine quantitative Analyse dieser Annihilationsdynamik und des Wiederaufladens der QDs durchgeführt werden. Das nicht-monotone Verhalten von  $\tau_e$  lässt darauf schließen, dass der abnehmende Leitwert kein Artefakt von etwaigen Umladungen der DX-Zentren ist, sondern die Tunnel- und Speicherdynamik der QDs. Es besteht eine qualitative Übereinstimmung mit



**Abbildung 5.18:** (a) Beladespektrum mit steigender Wartezeit von  $\Delta t = 0$  s bis  $\Delta t = 4$  s nach Ende des Beleuchtungspulses. Das hohe Signal  $\Delta G$  für kurze Wartezeiten im Bereich der  $s$ -Niveaus wird durch die Überlappung des Spannungspulses  $U_P$  mit dem Annihilieren der lichtinduzierten nicht-Gleichgewichtslöcher, direkt nach dem Beleuchtungspuls, hervorgerufen. Der Einschub zeigt vergrößert den  $X^0$ -Zustand mit dem partiellen Rückgang des Signals bis zu einem metastabilen Gleichgewicht ab  $\Delta t = 500$  ms. (b) Die Zeitkonstante  $\tau_e$  (orange) für den Signalarückgang in (a), berechnet mit angepassten Exponentialfunktionen und abhängig von der *gate*-Spannung  $U_G$ . Für den qualitativen Vergleich ist die Zeitkonstante  $\tau_{in}$  (rot) vom quasi-Gleichgewicht aus Abb. 5.14(c) hinzugefügt.

dem quasi-Gleichgewichtstunneln  $\tau_{i}$ , jedoch ist die Abnahme aufgrund der höheren Anzahl beteiligter Tunnelvorgänge während des Wiederaufladens der QDs geringer. Dieser serielle Prozess hat dabei resonante und nicht-resonante Tunnelbeiträge, was zu relativ langen Relaxationszeiten führt. Für den Bereich der Einzelelektronen-Zustände der  $s$ -Niveaus weichen die beiden Verläufe der Zeitkonstanten jedoch grundlegend von einander ab, da  $\tau_e$  keine Spinentartung aufweist. Valentin *et al.* haben gezeigt, dass in diesem DC-Spannungsbereich nicht-Gleichgewichtstunneln auf  $p$ -Niveaus stattfinden kann [146].

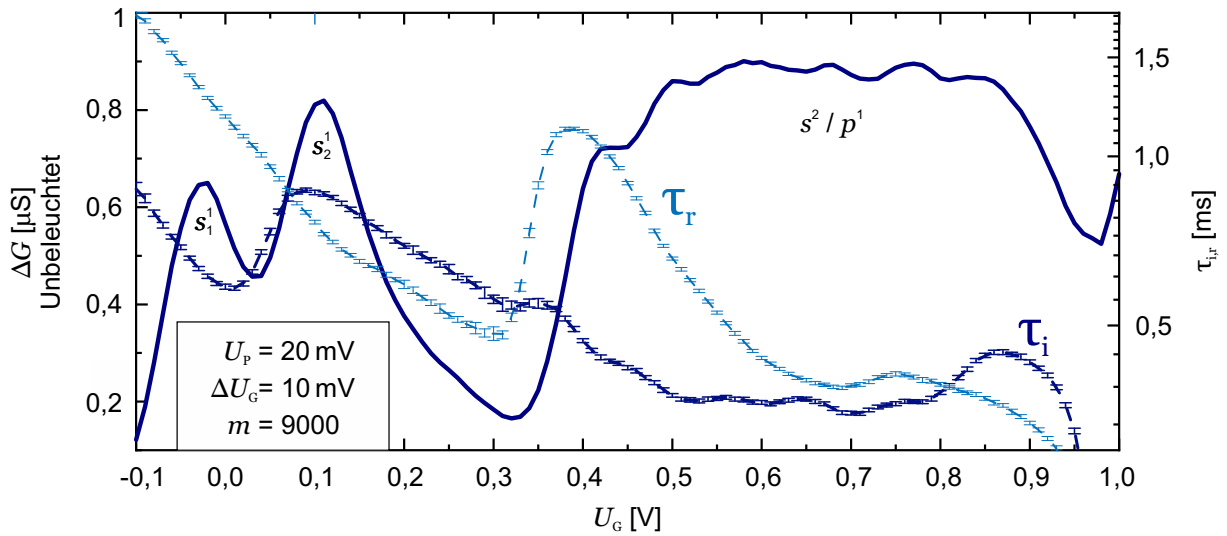
Auf Grundlage dieser Studien entstehen nach dortiger Bezeichnung nicht-Gleichgewichtszustände  $X^{0*}$  ( $X^{1+*}$ ), bestehend aus einem bzw. zwei Löchern

und einem Elektron, welches direkt auf ein  $p$ -Niveau tunnelt. Diese Zustände liegen bei *gate*-Spannungen  $U_G$  leicht positiver, als die Einzelektronen-Zustände der  $s$ -Niveaus, sodass diese neuen Kanäle eine mögliche Erklärung für die leichte Verschiebung nach rechts sowie Verbreiterung der Maxima um die  $s$ -Niveaus für kurze Wartezeiten  $\Delta t < 100$  ms in Abb. 5.18(a) sind. Aufgrund der großen Menge an nicht-Gleichgewichtslöchern nach Ende der Beleuchtung in diesem DC-Spannungsbereich, kann des Weiteren drauf geschlossen werden, dass eine Vielzahl zusätzlicher Tunnelvorgänge in verschiedene QD-Niveaus stattfinden kann. Dies kann Tunneln auf  $d$ - oder  $f$ -Niveaus sein, wobei die Coulomb Anziehung der stark positiven QDs die Resonanz zur Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs ermöglicht. Diese Summe an Beiträgen verbreitert die Maxima weiter, sodass die einzelnen Tunnelvorgänge nicht voneinander getrennt werden können, was ebenso von Marquardt *et al.* beobachtet [54] wurde.

### 5.2.4 Quasi-Gleichgewichtsbeladung an Quantenpunktmolekülen

Das Interesse an QDMs liegt neben der Allgemeinen Forschung an künstlichen Molekülen und entsprechenden Phänomen in der zeitlichen Stabilisierung der quantenmechanischen Zustände zur Nutzbarmachung als sog. quantenmechanische *bits* (QBITs) [147]. Diverse Studien haben gezeigt, dass ein Triplet-Zustand, bestehend aus zwei Elektronen bzw. Löchern und gleichem Spin in zwei gekoppelten Schichten, aufgrund der Austauschwechselwirkung eine erhöhte  $T_2$ -Zeit aufweist [93, 148–150]. Aus diesem Grund wurden die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit auf QDMs erweitert.

Alle Messungen sind an Probe #14846 durchgeführt worden, wobei mittels Photolumineszenz-Spektroskopie im Vorfeld der Prozessierung ermittelt werden kann, an welchen Stellen auf dem *wafers* der stärkste Molekülcharakter besteht (Anhang A.5). Nachdem die Bereiche lokalisiert wurden, konnte an den anschließend prozessierten Proben mit Leitwertspektroskopie-Messungen begonnen werden. Die generelle Systematik ist dabei sehr ähnlich der Einzelschicht-Messung, da dieses System jedoch weit weniger gut erforscht ist, galt es zu Beginn herauszufinden, in welcher Reihenfolge die Zustände in beiden Schichten beladen werden. Abb. 5.19 zeigt dazu das quasi-Gleichgewichtsspektrum an Probe #14846. Die Nomenklatur für die Zuordnung der Zustände folgt dabei dem gleichen Muster, wie bei der Einzelschicht QDs, mit dem Zusatz eines Exponenten für die erste oder zweite Lage. Beim Vergleich mit der Einzelschicht QDs fällt auf, dass ebenso zu Beginn zwei gut separierte  $s$ -Niveaus bei  $U_G = -0,02$  V und  $U_G = 0,11$  V beladen werden. Für positivere DC-Spannungen treten wiederum bis zu 6 Maxima im Bereich von  $U_G = 0,4$  V bis  $U_G = 0,9$  V auf.



**Abbildung 5.19:** Beladespektrum im quasi-Gleichgewicht an Probe #14846 mit  $U_P = 20$  mV und  $\Delta U_G = 10$  mV. Die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  ergibt sich aus der Amplitude mit Anpassung einer Exponentialfunktion an die Transienten und ebenso die Zeitkonstanten  $\tau_i$  für die Beladung und  $\tau_r$  für die Entladung der QDMs.

Durch *flushen* (Kap. 3.1.1 - Indium-*flush*-Technik) der ersten QD-Schicht sollte die Energiedifferenz der Niveaus - aufgrund der Bandverkipfung - kompensiert werden. Scheinbar ist dies jedoch nicht vollständig gelungen, sondern nur bis zu dem Punkt, an dem die  $s$ -Niveaus der zweiten Schicht gleichzeitig mit den  $p$ -Niveaus der ersten Schicht in Resonanz mit der Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs stehen. Da jedoch erhebliche Schwierigkeiten während der Prozessierung aufgetreten sind und nur wenige *gates* Spannungsfest bis  $U_G > 1,0$  V waren (vgl. Kap. 5.1.3), wurden die Untersuchungen an dieser Probe fortgeführt. Darüber hinaus sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass das System bei vollständig beladenem  $s$ -Niveau der ersten Schicht ( $U_G = 0,3$  V) den Gesamtspin  $S = 0$  aufweist und beispielsweise Messungen zur Singulett-Triplett-Aufspaltung [102] uneingeschränkt möglich wären.

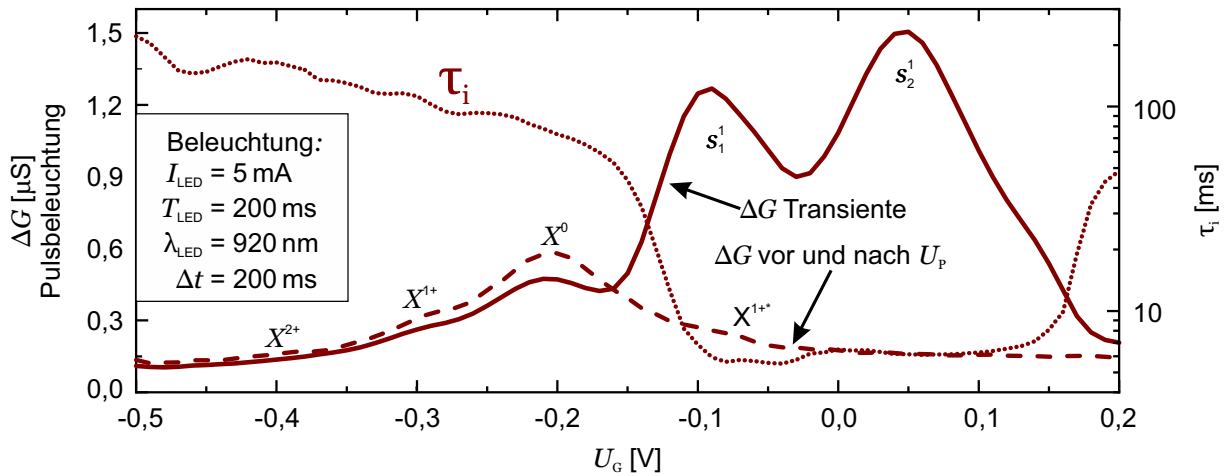
Der Verlauf der Zeitkonstanten  $\tau_{i,r}$  zeigt für die  $s^1$ -Zustände eine deutliche Spinentartung, sodass davon ausgegangen werden kann, dass keine Überlagerung mit der zweiten Lage QDs besteht. Die Zeitkonstante der Entladung  $\tau_r$  ist in diesem Bereich monoton abfallend. Entsprechend der Beladung (vgl. Kap. 5.2.1) liegen bei der Entladung für das  $s_2^1$ -Niveau beide Spin-Zustände vor, sodass die Tunnelwahrscheinlichkeit doppelt so hoch ist, wie beim  $s_1^1$ -Niveau.

Für den überlagerten Bereich kann die Zuordnung der Zustände, auf Grundlage dieser Datenlage nicht zweifelsfrei erfolgen.  $\tau_i$  und  $\tau_r$  weisen Maxima und Minima auf, die nicht eindeutig mit den Maxima der Leitwertänderung durch die Beladung  $\Delta G$  korrelieren. Rein qualitativ zeigen die Verläufe der Zeitkonstanten lediglich, dass

zu Beginn bei  $U_G = 0,39$  V, mit sehr langen Zeiten für das Entladen der QDMs nur wenig mögliche Tunnelprozesse existieren und erst bei  $U_G > 0,81$  V  $\tau_i$  kleinere Werte als  $\tau_r$  annimmt. Dies könnte bedeuten, dass Elektronen immer in die erste Schicht tunneln, daraufhin in die Zweite wechseln und folglich das Entladen entsprechend länger dauert. In Kap. 5.3 wird diese Annahme mit nicht-Gleichgewichtsmessungen und Auswertung der Tunnelzeiten mittels inverser Laplace-Transformation weiter verfolgt.

### 5.2.5 Exzitonen-Zustände in Quantenpunktmolekülen

Ohne Beladung der höheren Energieniveaus der QD-Schichten wurden Messungen unter Pulsbeleuchtung an der QDM-Probe #14846 durchgeführt, dargestellt in Abb. 5.20. Dabei ist die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  zum einen über die Amplitude einer



**Abbildung 5.20:** Beladespektrum unter Pulsbeleuchtung an Probe #14846 mit  $U_P = 20$  mV und  $\Delta U_G = 10$  mV. Die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  ist zum einen aus der Amplitude, mit Anpassung einer Exponentialfunktion an die Transienten (durchgezogene Kurve) ermittelt worden und zum anderen über die Differenz des Leitwerts  $G$  vor und nach  $U_P$  (gestrichelte Kurve). Im *gate*-Spannungsbereich  $U_G$  vor dem ersten *s*-Niveau werden analog zur Einzelschicht QDs in beiden ermittelten Verläufen Maxima in der Leitwertdifferenz sichtbar, die mit Exzitonen-Zuständen  $X^0$  bis  $X^{2+}$  assoziiert werden können. Neben der Amplitude ist zusätzlich die Zeitkonstante  $\tau_i$  auf der rechten Achse aufgetragen.

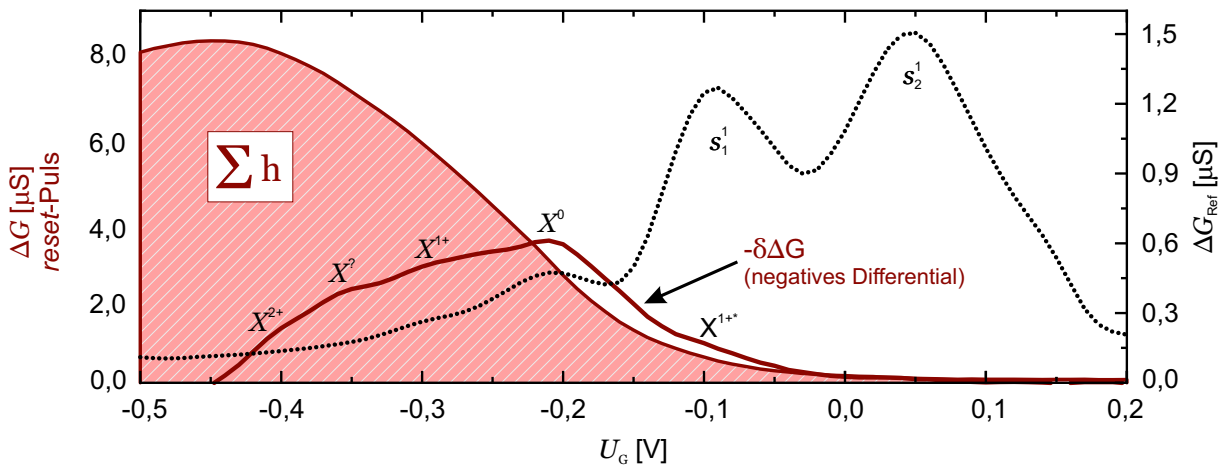
Exponentialfunktion ermittelt worden und zum anderen durch einfache Differenzbildung des Leitwerts  $G$  vor und nach dem Spannungspuls  $U_P$ . Durch die Annihilation der Ladungsträger bei Beladung der QDs mit Löchern, ergibt sich dadurch effektiv für die Exzitonen-Zustände ebenfalls eine Differenz. Beide Kurven zeigen Exzitonen-Zustände, analog zur Einzelschicht QDs bei  $U_G = -0,21$  V ( $X^0$ ) und  $U_G = -0,30$  V ( $X^{1+}$ ) sowie sehr schwach ausgeprägt bei  $U_G \approx -0,40$  V ( $X^{2+}$ ). Darüber hinaus zeigt die gestrichelte Kurve für die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  vor und nach  $U_P$  ein kleines Maximum bei einer *gate*-Spannung leicht positiver, als der  $s_1^1$ -Zustand, welches mit

## 5.2. Annihilationsdynamik und Ladungsspeicherung

dem  $X^{1++}$  assoziiert werden kann. Dies ist nach den Ergebnissen von Valentin *et al.* ein nicht-Gleichgewichtszustand, bei dem ein Elektron auf das  $p$ -Niveau eines mit 2 Löchern beladenen QDs tunnelt [146].

Zusätzlich zur Amplitude ist noch die Zeitkonstante  $\tau_i$  der Beladetransiente abgebildet. Diese zeigt auffällig, dass für die Exzitonen-Zustände plötzlich Werte von  $\tau_i(X) > 100$  ms angenommen werden, was nicht allein aus einer vergrößerten Tunnelbarriere, aufgrund der zusätzlichen Bandverkipfung, resultieren kann. Darüber hinaus sind die Zeitkonstanten für die  $s$ -Niveaus mit  $\tau_i(s_1) \approx 6 \mu\text{s}$  um eine Größenordnung, im Vergleich zu den unbeleuchteten Messungen, gestiegen und die Spinentartung ist ebenso schwächer ausgeprägt. Beides lässt darauf schließen, dass die reinen Tunnelprozesse von Elektronen auf die  $s$ -Niveaus mit weiteren Prozessen - unter Beteiligung von Löchern - überlagert sind.

Eine weitere Möglichkeit zur Untersuchung der Exzitonen-Zustände besteht darin, die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  vor und nach dem *reset*-Puls zu bilden. Durch die starke Bandverkipfung während des positiven Spannungspulses, werden die QDs aufgrund des attraktiven Potentials mit Elektronen geflutet, sodass die resultierende Leitwertdifferenz der Summe aller Lochzustände  $\Sigma h$  entspricht. Das inverse Änderungsverhalten  $-\delta\Delta G$  lässt anschließend die verschiedenen Einzelzustände erkennen, s. Abb. 5.21. Es ergibt sich für die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  vor und nach dem *reset*-Puls



**Abbildung 5.21:** Die Leitwertdifferenz  $\Delta G$  vor und nach dem *reset*-Puls ( $U_r = 0,5$  V) an Probe #14846 unter Pulsbeleuchtung (rote Fläche), welche die Summe aller Lochzustände  $\Sigma h$  darstellt. Das negative Differential  $-\delta\Delta G$  (rote Kurve) zeigt die Einzelzustände der Exzitonen entsprechend dem quasi-Gleichgewichtsspektrum unter Pulsbeleuchtung, welches als Referenz  $\Delta G_{\text{Ref}}$  dient. Bei  $U_G = -0,36$  V tritt ein zusätzliches Maximum auf.

(rote Fläche) ein entsprechend großes Signal für den *gate*-Spannungsbereich vor den  $s$ -Niveaus, welches zu positiveren Spannungen hin erwartungsgemäß abnimmt. Das

## 5.2. Annihilationsdynamik und Ladungsspeicherung

**Tabelle 5.2:** Energien  $E$  (links) und Energieabstände  $\Delta E$  (rechts) der lichtinduzierten Exzitonen-Zustände sowie des potentiellen indirekten Exzitonen-Zustandes  $X^?$  bei  $U_G \approx -0,36$  V. Die Werte unterliegen dabei einer Ungenauigkeit von  $\pm 1$  meV.

	$E[\text{meV}]$		$E[\text{meV}]$
$E_{X^0}$	34,9	$\Delta E_{X^0 X^{1+}}$	15,0
$E_{X^{1+}}$	49,9	$\Delta E_{X^{1+} X^{2+}}$	16,7
$E_{X^?}$	60,0	$\Delta E_{X^{1+} X^?}$	10,1
$E_{X^{2+}}$	66,6	$\Delta E_{X^? X^{2+}}$	6,6

negative Differential (rote Kurve) zeigt die Exzitonen-Zustände  $X^0$  bis  $X^{2+}$ , in Übereinstimmung mit dem Referenzspektrum der Pulsbeleuchtung aus Abb. 5.20 sowie den nicht-Gleichgewichtszustand  $X^{1+*}$ . Der  $X^{2+}$  Zustand bei  $U_G \approx -0,40$  V ist in Form einer Schulter deutlich stärker ausgeprägt, als in Abb. 5.20. Ein weiterer Zustand  $X^?$  befindet sich zwischen  $X^{1+}$  und  $X^{2+}$  bei  $U_G \approx -0,36$  V und könnte nach Pal *et al.* mit einem indirekten Exziton assoziiert werden, wobei sich Elektron und Loch in unterschiedlichen QD-Lagen befinden [95]. An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass aufgrund der noch nicht vollständig zuordenbaren Einzelelektronen-Zustände bei der QDM-Beladung, die Zuteilung der Exzitonen-Zustände nur Näherungsweise und auf Grundlage der Ergebnisse aus einer Schicht QDs abgeleitet ist [vgl. Abb. 5.14(c)].

Eltrudis *et al.* haben gezeigt, dass durch unterschiedlich lange Spannungspulse ( $T_P$  kleiner, als die Zeitkonstanten der Transienten) die Möglichkeit besteht, die Beladung der beiden QD-Schichten aufzulösen [102]. Eine vergleichbare Methode könnte in diesem Fall ebenso Aufschluss über die genaue Konfiguration der Löcher in den QDMs geben.

Die Energien  $E$  der lichtinduzierten Exzitonen-Zustände sowie die Energieabstände  $\Delta E$  (z. B. zwischen  $X^0$  und  $X^{1+}$   $\Delta E_{X^0 X^{1+}}$ ), abgeleitet aus der *gate*-Spannung  $U_G$  (Gl. 3.1) sind in Tab. 5.2 enthalten. Die Energiewerte unterliegen dabei einem Fehler von ungefähr  $\pm 1$  meV, begründet durch einen nicht genau bestimmbareren Drehpunkt, aufgrund der Ausdehnung des 2DEGs. Alle Exzitonen-Zustände liegen im Vergleich zur Einzelschicht QDs (Tab. 5.1) dichter zusammen und darüber hinaus ist der Energieabstand zwischen  $X^{1+}$  und  $X^{2+}$  größer, als der zwischen  $X^0$  und  $X^{1+}$ . Für den potentiellen indirekten Exzitonen-Zustand  $X^?$  wurde für die Berechnung des Hebelarms der Mittelwert für die Abstände zwischen 2DEG und QD-Lage gewählt, vgl. Gl. 3.1. Dieser liegt dabei dichter am  $X^{2+}$ -, als am  $X^{1+}$ -Zustand.

## 5.3 Tunnelspektroskopie

In diesem Abschnitt kommt die bereits theoretisch eingeführte inverse Laplace-Transformation (Kap. 5.1.5) zur Anwendung, sowohl auf die Einzelschicht QDs, als auch auf die QDMs. Im Vorfeld wird jedoch mit einer Analyse der Spektralfunktionen  $g(\tau)$ , in Abhängigkeit der Regularisierung begonnen.

### 5.3.1 Verteilung der Zeitkonstanten $\tau$

Durch Lösung der inversen Laplace-Transformation wird die Spektralfunktion  $g(\lambda)$  bzw.  $g(\tau)$  mit  $\lambda = 1/\tau$  extrahiert. Van Driel *et al.* [122] und Nikolaev *et al.* [123] haben vorgeschlagen, für die statistische Analyse von multi-exponentiellen Prozessen eines QD-Ensembles, eine logarithmische Normalverteilung zu verwenden. Dabei fanden sie mit:

$$g(\tau) = A \cdot \exp \left[ - \left( \frac{\ln \tau - \ln \tau_M}{\omega} \right)^2 \right] \quad (5.22)$$

eine gute Abschätzung von Gl. 5.9, wobei  $\tau_M$  dem Median der Verteilung entspricht und  $\omega$  in Beziehung zur Breite der Verteilung:

$$\Delta\tau = 2\tau_M \cdot \sinh(\omega) \quad (5.23)$$

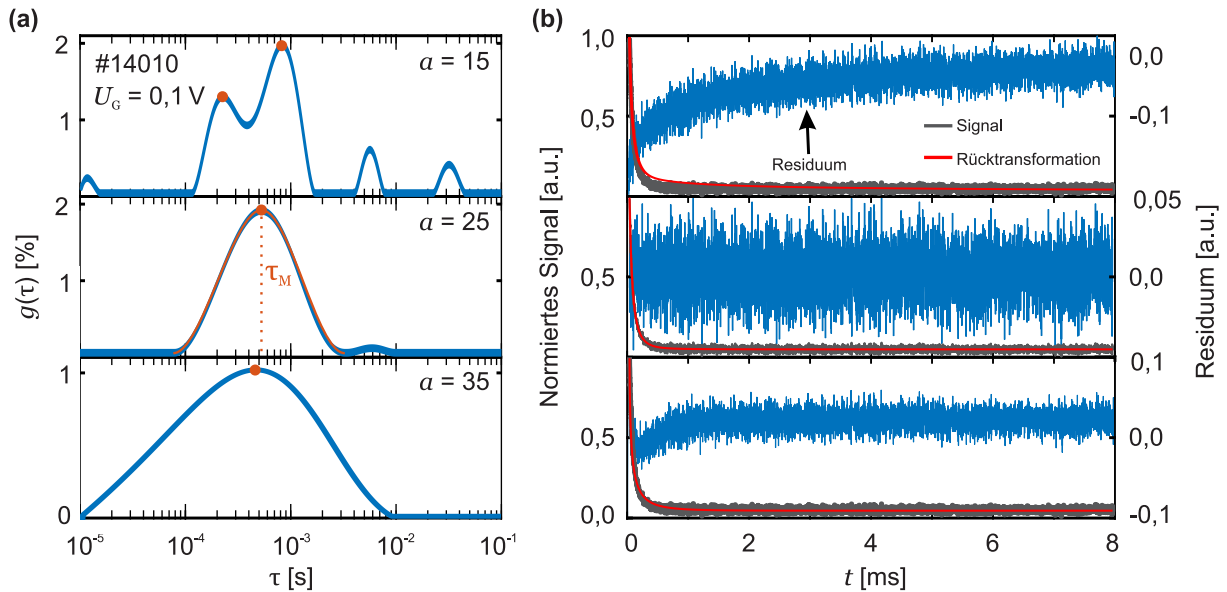
steht. Eine zufällige Variable  $X$  wird als logarithmisch normalverteilt angenommen, wenn trivialerweise  $\ln(X)$  einer Normalverteilung folgt. Dabei kann  $X$  nur positive Werte annehmen und fällt ansonsten zu größeren Werten rechtsseitig ab.

Die statische Differenz zwischen einer logarithmischen und einer nicht-logarithmischen Normalverteilung ist ein mathematischer Operator, welcher zwei unabhängige Variablen mit einander verbindet, wobei dieser für erstere Verteilung multiplikativ und für letztere additiv wirkt [151].

Durch die Tikhonov-Regularisierung findet mit dem Regularisierungsparameter  $a$ , eine Einschränkung des Umfangs an Zeitkonstanten  $\tau$  für die Minimierung des Residuums zum Signal statt. Dabei wird mit steigender Regularisierung der Einfluss des Rauschuntergrunds im Signal auf die Spektralfunktion  $g(\tau)$  gedämpft. Abb. 5.22(a) zeigt exemplarisch die Entwicklung von  $g(\tau)$  für drei verschiedene  $a$  an einer Beladetransiente von Probe #14010 im Bereich der p-Niveaus ( $U_G = 0,1\text{ V}$ ). Die daraus abgeleitete Rücktransformation von  $g(\tau)$  und das entsprechende Residuum sind in Abb. 5.22(b) dargestellt.

Für  $a = 15$  ist die Stärke der Regularisierung klein und die Rauschkomponenten im Signal haben hohen Einfluss auf die Spektralfunktion  $g(\tau)$ . Dadurch weist diese ver-





**Abbildung 5.22:** (a) Entwicklung der Spektralfunktion  $g(\tau)$  unter Variation des Regularisierungsparameters für  $a = (15,25,35)$  exemplarisch an einer Beladetransiente für die p-Niveaus ( $U_G = 0,1 \text{ V}$ ) von Probe #14010. Für  $a = 25$  ist eine Normalverteilung angenähert und die orangenen Punkte an den Maxima entsprechen dem Median  $\tau_M$  dieser. (b) Rücktransformation von  $g(\tau)$  (rote Kurve) an der Transiente (graue Kurve) auf der linken Achse und das entsprechende Residuum (blaue Kurve) zum Signal auf der rechten Achse.

schiedene, teils sehr kleine Beiträge an Zeitkonstanten auf und die Rücktransformation sowie das Residuum in Abb. 5.22(b) weichen entsprechend stark ab. Für  $a = 25$  ist das Residuum gleichmäßig verteilt und im Gesamten deutlich kleiner. Insbesondere im Bereich der schnellen Zeitkonstanten wird das Signal gut wiedergegeben. Für noch höhere Regularisierung - mit  $a = 35$  - nimmt das Residuum wieder stark zu, da die zugrundeliegende Minimalisierung für die Kurvenanpassung zu stark beeinflusst wird. Dies resultiert in einer sehr breiten Verteilung mit Beiträgen kleiner Amplitude, da der zugrundeliegende Levenberg-Marquardt-Algorithmus fast vollständig außer Kraft gesetzt ist (vgl. Gl. 5.19).

Die Bestimmung des korrekten  $a$  erfolgt im Rahmen dieser Arbeit durch die in Kap. 5.1.6 eingeführten Methoden des Abweichungskriteriums oder des L-Kriteriums. Entsprechend der Definition der Regularisierung erfolgt die Ermittlung dabei entlang der Größe des Rauschuntergrundes bzw. dem sich nach Gl. 2.61 ergebenden STNs. Da bei gleicher Mittelungszahl  $m$  die Transienten unterschiedlich groß ausfallen können (proportional zur Zustandsdichte in den QDs), variiert bei Messung eines Beladespektrums die Signalhöhe und folglich muss der Regularisierungsparameter  $a$  dynamisch bestimmt werden.

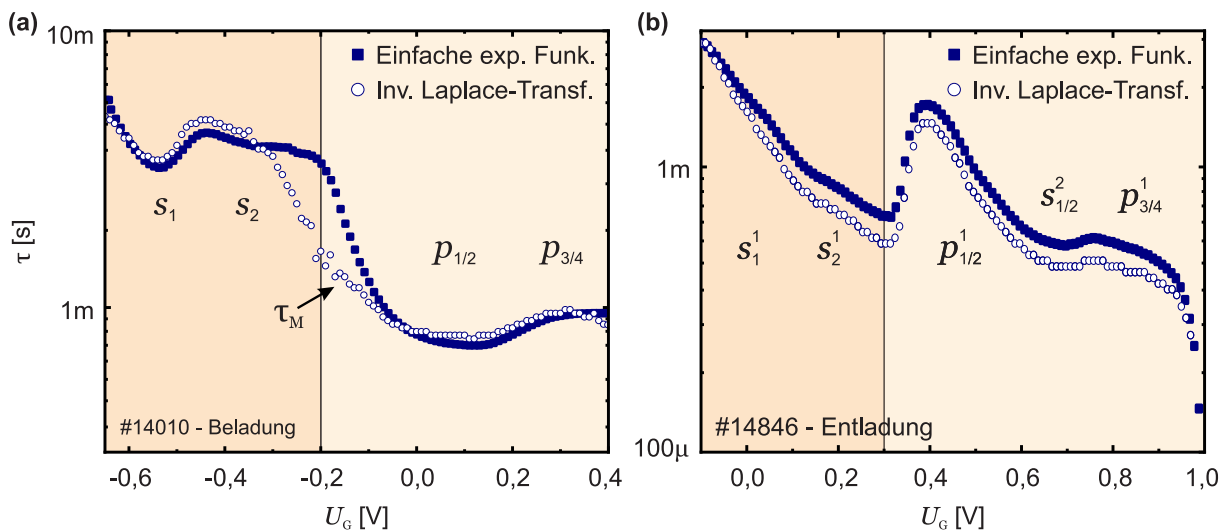
Die Verteilung der Zeitkonstanten  $\tau$  in Abb. 5.22(a) entspricht - insbesondere für die gute Anpassung mit  $a = 25$  - einer logarithmischen Normalverteilung, wie sie nach

Gl. 5.22 in der Literatur für ein QD-Ensemble angenommen wird [122, 123]. Die roten Punkte in Abb. 5.22(a) entsprechen dabei dem Median  $\tau_M$  der Normalverteilungen, wobei zur Aussparung von Rauschbeiträgen eine gewisse Höhe überschritten sein sollte.

An dieser Stelle sei darüber hinaus darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse aus der inversen Laplace-Transformation deutlich besser ausfielen, wenn die Transienten einen verhältnismäßig großen Gleichgewichtsbereich aufweisen [vgl.  $t > 1$  ms in Abb. 5.22(b)].

### Anwendung auf Be- und Entladetransienten im quasi-Gleichgewicht

Im Folgenden kommt die inverse Laplace-Transformation zur praktischen Anwendung, einerseits auf den Datensatz der Transienten für das quasi-Gleichgewicht Beladespektrum von Probe #14010 und andererseits für das quasi-Gleichgewicht Entladespektrum von Probe #14846. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.23(a) und Abb. 5.23(b) dargestellt, jeweils im Vergleich zu einer einfachen Funktionsanpassung mittels einer Exponentialfunktion. Für die Daten aus der inversen Laplace-Transformation wurde



**Abbildung 5.23:** Anwendung der inversen Laplace-Transformation im Vergleich zur Kurvenanpassung mittels einer Exponentialfunktion im Falle der Einzelschicht QDs von Probe #14010 in (a) und der QDMs von Probe #14846 in (b). Aus der Spektralfunktion  $g(\tau)$  der inversen Laplace-Transformation konnte in beiden Fällen jeweils nur eine Zeitkonstante  $\tau$  extrahiert werden. Der Verlauf dieser folgt der Referenzmessung dabei sehr gut. Die gekennzeichneten Niveaus sind entsprechend der Spinartung gewählt, welche neben der abnehmenden Tunnelbarriere den Haupteinfluss auf das Verhalten der Tunnelzeiten hat.

entsprechend dem exemplarischen Beispiel aus Abb. 5.22 mittels des Abweichungskriteriums das passendste  $a$  bestimmt und aus der sich daraus ergebenden Spektralfunktion  $g(\tau)$  anschließend die Maxima  $\tau_M$ .

Die Zuteilung der einzelnen Niveaus für die Einzelschicht in Abb. 5.23(a) sind aus vor-

angegangenen Messungen bereits bekannt. Das zu erwartende Ergebnis ist zumindest für den Fall der Einzelschicht QDs von Beckel *et al.* untersucht worden [105]. Zwar wurde in diesem Fall lediglich eine einfache Kurvenanpassung durchgeführt, wie sie in Abb. 5.23(a) als Referenz für die inverse Laplace-Transformation dient, das Verhalten ist im quasi-Gleichgewicht jedoch fast ausschließlich durch die Spinentartung bestimmt. Entsprechend wurden die Zustände zusammengefasst und die Graphen farblich hinterlegt. Für die QDMs in Abb. 5.23(b) ist das Entladespektrum gewählt, für das es jedoch keine Referenz aus der Literatur gibt und darüber hinaus die Zuteilung der Niveaus für  $U_G > 0,39$  V nur näherungsweise Gültigkeit hat. Auf die physikalische Erklärung für den Verlauf der Zeitkonstanten  $\tau$  ist für die Einzelschicht QDs (#14010) bereits in Kap. 5.2.1 und für die QDMs (#14846) in Kap. 5.2.4 eingegangen worden, hierbei geht es lediglich um eine Überprüfung der Funktionalität der Methode.

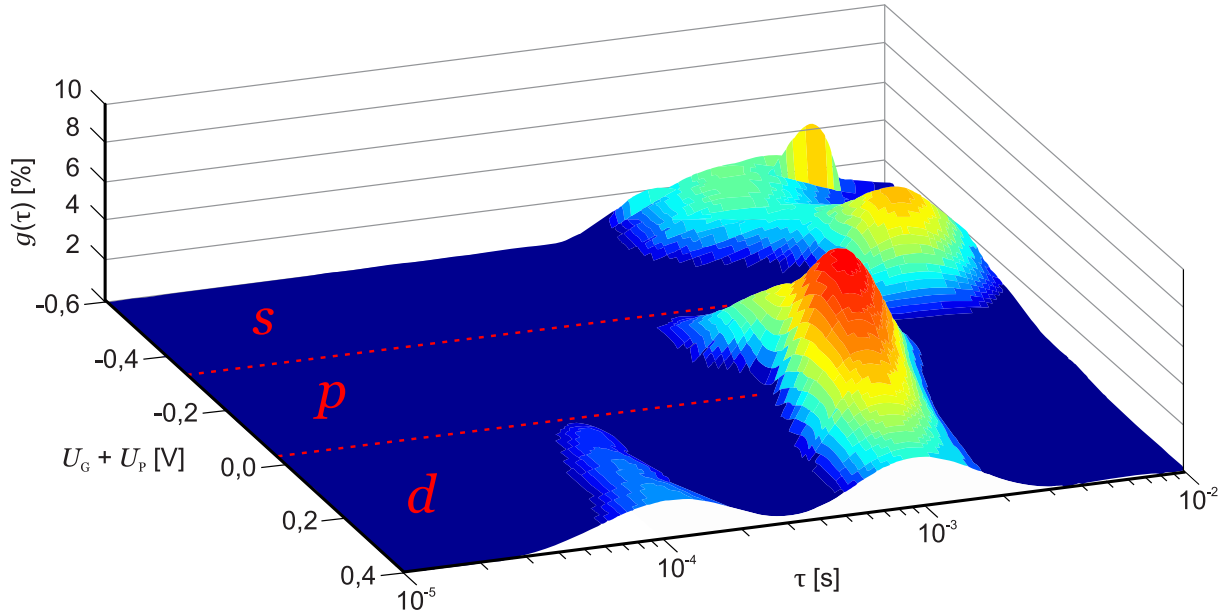
Obwohl die Transienten beider Messreihen mit einem  $STN > 100$  wenig Rauschen aufweisen, war es lediglich möglich, ein eindeutiges Maximum aus den jeweiligen Spektralfunktionen  $g(\tau)$  zu extrahieren [vgl. Abb. 5.22(a)]. Dieses folgt dabei in beiden Fällen bis auf wenige Ausnahmen sehr gut dem Verlauf der einfachen Funktionsanpassung, sodass die Methode generell richtige Ergebnisse produziert, im Falle der quasi-Gleichgewichtsbeladung jedoch nicht in der Lage ist, die Überlagerung von verschiedenen multi-exponentiellen Tunnelprozessen aufzulösen. Theoretisch sollte es, aufgrund der Inhomogenität des Ensembles, jedoch bereits bei den s-Niveaus der Einzelschicht QDs zu einer Überlagerung von unterschiedlich schnellen Tunnelprozessen kommen.

#### 5.3.2 Nicht-Gleichgewichtstunneln an Quantenpunkten

Um gezielt die Be- und Entladung mehrerer Niveaus gleichzeitig zu provozieren, wurden im Folgenden an Probe #14010 nicht-Gleichgewichtsmessungen durchgeführt. Die *gate*-Spannung lag dabei kurz vor der ersten Resonanz mit dem  $s_1$ -Niveau ( $U_G = -0,65$  V). Für die Pulsspannung wurde mit  $U_P = 50$  mV begonnen, mit einer schrittweisen Erhöhung  $\Delta U_P = 10$  mV, bis die Summe aus beiden den vollständigen Spannungsbereich der quasi-Gleichgewichtsbeladung abgedeckte ( $U_G + U_P = 0,4$  V). Dabei muss jedoch beachtet werden, dass die QDs aufgrund der geringen *gate*-Spannung vor jeder Beladung vollständig leer sind und durch die deshalb fehlende Coulomb-Abstoßung auch höhere Niveaus - im Vergleich zur quasi-Gleichgewichtsbeladung - in Resonanz mit der Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs gebracht werden.

An den resultierenden Transienten wurden sowohl für die Be-, als auch für die Entladung mittels der inversen Laplace-Transformation die zugehörigen Spektral-

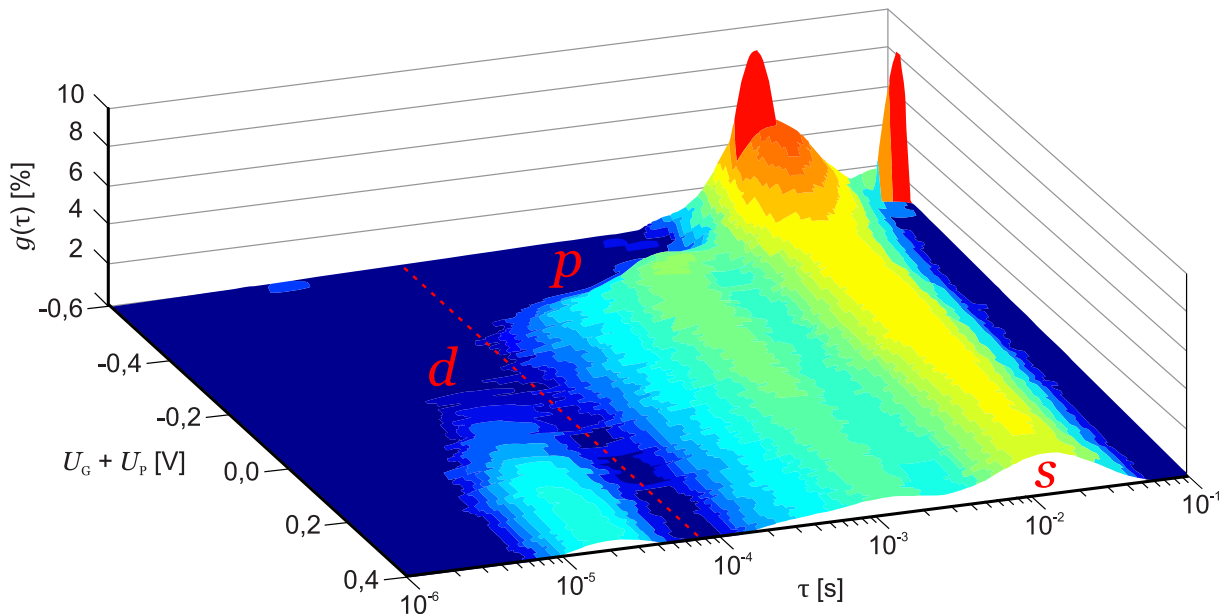
funktionen  $g(\tau)$  ermittelt. Die erhaltenen Daten sind in dreidimensionalen Graphen dargestellt, Abb. 5.24 zeigt die Beladung von Probe #14010 und Abb. 5.25 entsprechend die Entladung. In der Ebene der Zeitkonstanten  $\tau$  und der Spannung am *gate*  $U_G + U_P$



**Abbildung 5.24:** Tunnelprozesse während des Beladens einer Lage QDs von Probe #14010. Die Spannung am *gate* hat ein konstantes  $U_G = -0,65$  V und die Pulsamplitude wird von  $U_P = 50$  mV in Schritten von  $\Delta U_P = 10$  mV bis zu einer Summe von  $U_G + U_P = 0,4$  V erhöht. Die dreidimensionale Darstellung zeigt die Spektralfunktionen  $g(\tau)$ , welche mittels inverser Laplace-Transformation aus den Beladetransienten berechnet wurden. In rot sind die Tunnelprozesse aus dem 2DEG in die entsprechenden Niveaus der QDs angezeigt.

sind in rot zusätzlich Einteilungen dargestellt, welche die Beiträge an Tunnelprozessen zwischen 2DEG und den entsprechenden QD-Niveaus anzeigen sollen. Beide Messungen enthalten im Bereich negativster Spannungen gewisse Artefakte, die aufgrund der noch sehr schwach ausgeprägten Transienten auftreten und bei der folgenden Erklärung und Analyse der Ergebnisse nicht berücksichtigt werden.

Die Spektralfunktionen  $g(\tau)$  zeigen für die Beladung in Abb. 5.24 bei kleiner Pulsamplitude  $U_P$  Zeitkonstanten im Bereich von  $\tau \approx 5$  ms. Im Spannungsbereich  $-0,6$  V  $< U_G + U_P < -0,3$  V sind lediglich die *s*-Niveaus in Resonanz mit der Fermi-Energie  $E_F$  des 2DEGs und die Spin-Entartung wird deutlich. Das Verhalten und die Größe der auftretenden Zeitkonstanten sind sehr ähnlich jenen des quasi-Gleichgewichtsspektrums aus Abb. 5.23(c), wobei der Grund in der noch relativ kleinen Pulsamplitude  $U_P$  liegt und die Tunnelprozesse während der Beladung noch nicht zu nicht-Gleichgewichtszuständen führen können. Mit höherem  $U_P$  besteht nun eine direkte Resonanz zu den *p*-Niveaus, wobei die QDs zu Beginn des Spannungspulses leer sind. Luyken *et al.* haben gezeigt, dass eine direkte Resonanz



**Abbildung 5.25:** Tunnelprozesse während des Entladens einer Lage QDs von Probe #14010. Die Spannung am *gate* hat ein konstantes  $U_G = -0,65$  V und die Pulsamplitude wird von  $U_P = 50$  mV in Schritten von  $\Delta U_P = 10$  mV bis zu einer Summe von  $U_G + U_P = 0,4$  V erhöht. Die dreidimensionale Darstellung zeigt die Spektralfunktionen  $g(\tau)$ , welche mittels inverser Laplace-Transformation aus den Entladetransienten berechnet wurden. In rot sind die Tunnelprozesse aus den entsprechenden Niveaus der QDs in das 2DEG angezeigt.

die höchste Tunnelwahrscheinlichkeit aufweist und Zustände, welche bei einer kleineren Energie liegen eine zunehmend geringere [152]. Daraus lässt sich schließen, dass für  $U_G + U_P > -0,3$  V ein direktes Tunneln auf die *p*-Niveaus einsetzt, wobei die Zeitkonstanten  $\tau$  mit positiverer Spannung am *gate* und folglich verkleinerter Tunnelbarriere abgenommen haben. Die Elektronen auf den *p*-Niveaus befinden sich aufgrund der nicht gefüllten *s*-Niveaus in einem nicht-Gleichgewichtszustand, wobei sie sich in einer zeitlichen Größenordnung von wenigen ns [153, 154] abregen. Noch während des Spannungspulses und noch nicht vollständig abgeklungener Transiente, verändert sich durch das zunehmend negative Potential durch die Elektronen in den QDs sukzessive die Tunnelkopplung zum 2DEG. Für noch höhere Pulsamplituden beginnt für  $U_G + U_P > 0,0$  V parallel zu den *p*-Niveaus ein direktes Tunneln auf die *d*-Niveaus der QDs, wobei die Zeitkonstanten mit  $\tau \approx 100$   $\mu$ s wiederum noch kürzer sind.

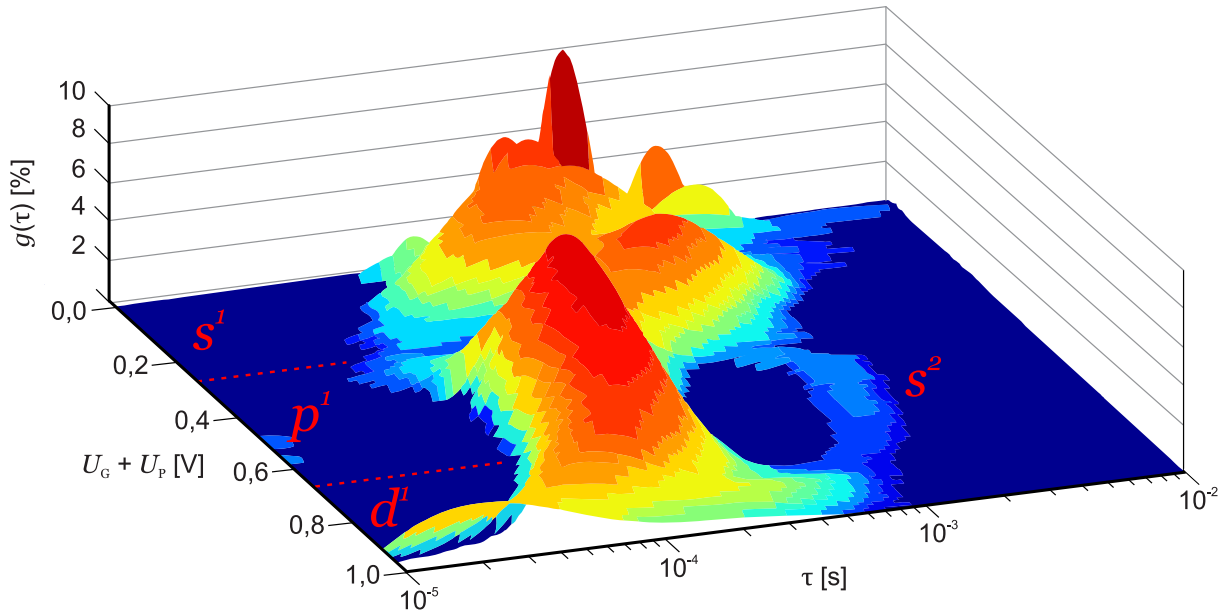
Im Falle der Entladung sehen die resultierenden Ergebnisse in Abb. 5.25 gänzlich anders aus. Dies liegt vornehmlich daran, dass während des Spannungspulses eine Umladung der Elektronen innerhalb der QDs stattfindet, wobei nicht-Gleichgewichtszustände teilweise oder vollständig abgebaut werden. Teilweise deshalb, da für sehr hohe Spannungsamplituden mit  $U_G + U_P > -0,1$  V Tunnelprozesse

bei  $\tau \approx 30 \mu\text{s}$  auftreten, aus einem möglicherweise noch mit Elektronen beladenen  $d$ -Niveau. Die Höhe dieses Signals ist kleiner als die entsprechenden Beiträge an Zeitkonstanten während der Beladung in Abb. 5.24. Dabei ist zu beachten, dass die Spannung am *gate* Elektronen auf dem  $d$ -Niveau nur durch die fehlende Coulomb-Abstoßung bei teilweise oder vollständig unbeladenen QDs ermöglicht. Es kann deshalb geschlussfolgert werden, dass die Pulslänge  $T_P$  nicht ausreichend ist, damit alle nicht-Gleichgewichtselektronen vor der Entladung auf die leeren  $s$ - und  $p$ -Niveaus wechseln. Eine intentionelle Variation der Pulslänge wurde zu einem ähnlichen Zweck bereits von Etrudis *et al.* [102] durchgeführt und ließe sich in diesem Fall ebenfalls anwenden, um die Dynamik der Umladevorgänge in den QDs vom nicht-Gleichgewicht in ein Gleichgewicht weiter zu untersuchen. Für alle Pulsamplituden  $U_P$  verläuft ein Maximum bei  $\tau \approx 10 \text{ ms}$ , welches dem immer mit Elektronen besetzten  $s$ -Niveaus zuzuordnen ist. Ein zweites, teilweise leicht aufgespaltenes Maximum für  $U_G + U_P > -0,4 \text{ V}$  und  $\tau \approx 1 \text{ ms}$ , kann Tunnelprozessen aus dem  $p$ -Niveau zugeordnet werden. Die Einteilung beruht dabei auf dem zugehörigen Spannungsbereich und der Zeitkonstanten, bei denen die Signale in der Spektralfunktion auftreten. Auffällig ist, dass das Signal in  $g(\tau)$  für das  $s$ -Niveau höher ausfällt, als jenes für das  $p$ -Niveau, womit diese Prozesse in der Transiente einen entsprechend größeren Anteil haben. Zwar gibt es in den QDs freie Zustände für 2  $s$ -Elektronen und 4  $p$ -Elektronen (Kap. 2.2.2), die Beladung dieser findet jedoch im Gleichgewicht nur für Spannungen am *gate* von  $U_G + U_P > 0,0 \text{ V}$  statt. Darüber hinaus wird der Anteil an Elektronen aus dem  $p$ -Niveau durch die teilweise noch nicht abgeregten nicht-Gleichgewichtszustände aus den  $d$ -Niveaus weiter reduziert. Bei einer erhöhten Pulslänge sollte sich hier eine Veränderung in der Spektralfunktion einstellen.

#### 5.3.3 Nicht-Gleichgewichtstunneln an Quantenpunktmolekülen

Das selbe Mess- und Auswertungsverfahren, welches in Kap. 5.3.2 auf die Einzelschicht QDs von Probe #14010 angewandt wurde, wird im Folgenden für die QDMs von Probe #14846 benutzt. Abb. 5.26 zeigt die Verteilung der Spektralfunktionen  $g(\tau)$  für die Beladung und Abb. 5.27 für die Entladung.

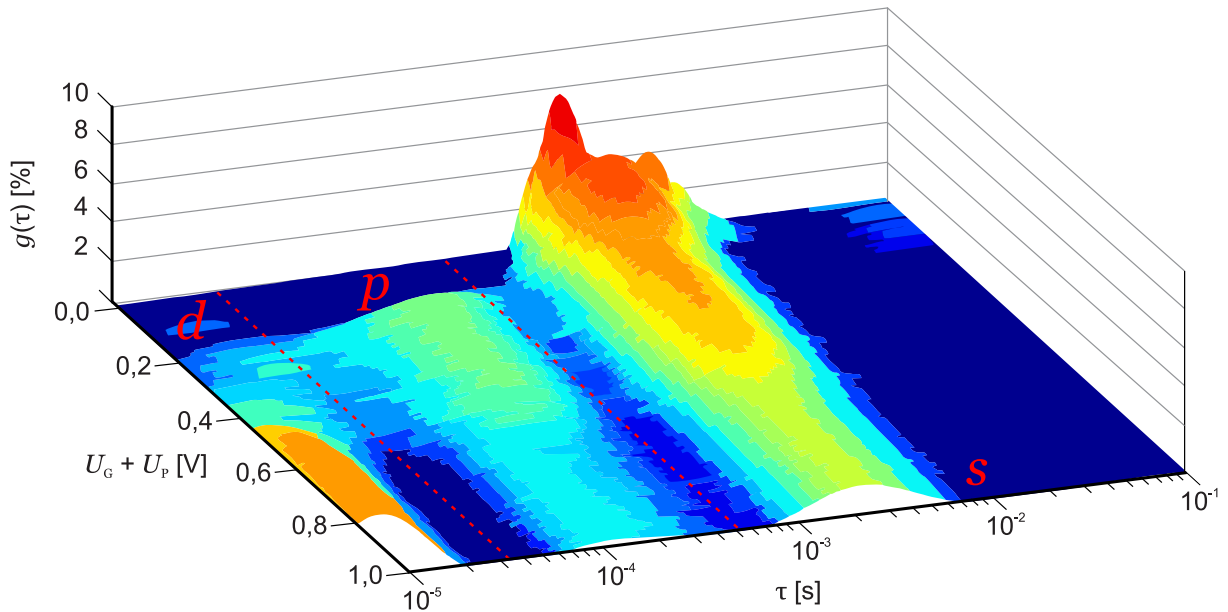
Die Analyse der Daten folgt in diesem Fall dem gleichen Schema, wie bereits im vorigen Kap. 5.3.2, wobei die Exponenten an der Zuordnung der einzelnen Maxima andeuten, welche Lage QDs vorrangig zum entsprechenden Tunnelprozess beiträgt. Wie bereits aus dem Vergleich der jeweiligen Anpassungen mit einer Exponentialfunktion in Abb. 5.23(b) bekannt ist, sind die Tunnelzeiten im Falle der QDMs um gut eine Größenordnung kürzer, verglichen mit der Einzelschicht QDs. Dies überträgt sich beim direkten Vergleich auch auf das nicht-Gleichgewichtstunneln für die Beladung in



**Abbildung 5.26:** Tunnelprozesse während des Beladens der QDMs von Probe #14846. Die Spannung am *gate* hat ein konstantes  $U_G = -0,05$  V und die Pulsamplitude wird von  $U_P = 50$  mV in Schritten von  $\Delta U_P = 10$  mV bis zu einer Summe von  $U_G + U_P = 1,0$  V erhöht. Die dreidimensionale Darstellung zeigt die Spektralfunktionen  $g(\tau)$ , welche mittels inverser Laplace-Transformation aus den Beladetransienten berechnet wurden. In rot sind die Tunnelprozesse aus dem 2DEG in die entsprechenden Niveaus der QDs angezeigt, wobei der Exponent die beteiligte QD-Lage angibt.

Abb. 5.26. Für kleine Pulsspannungen mit  $U_G + U_P < 0,3$  V ist eine deutliche Spinentartung in Form von zwei gut separierten Maxima für die Beladung des  $s_1^1$ - und  $s_2^1$ -Niveaus ersichtlich. Für höhere Spannungen tritt analog zur Einzelschichtbeladung ein großes Maximum für die Beladung der  $4p^1$ -Niveaus auf. Die Spektralfunktion  $g(\tau)$  zeigt darüber hinaus ein zusätzliches Signal - wenn auch nur schwach ausgeprägt - welches mit Tunnelprozessen in die  $s^2$ -Niveaus assoziiert werden kann, was die Annahme der Überlagerung weiter bekräftigt. Diese erstrecken sich über einen Spannungsbereich von  $0,45$  V  $< U_G + U_P < 0,9$  V und sind durch die verlängerte Tunnelbarriere mit  $\tau \approx 1$  ms um über eine Größenordnung länger, im Vergleich zum Tunneln der Elektronen in die erste Schicht QDs. Eine Spinentartung kann aufgrund der Überlagerung der verschiedenen Beiträge für die  $s^2$ -Niveaus nicht aufgelöst werden. Für Spannungen  $U_G + U_P > 0,7$  V stellt sich ein Tunnelprozess ins  $d^1$ -Niveau ein, welcher mit  $\tau \approx 20$   $\mu$ s extrem schnell ist und darüber hinaus nahe der Messauflösung von  $2$   $\mu$ s. Da die Datenpunktdichte auf den Transienten aus diesem Grund sehr gering ist, sind Zeitkonstanten unter  $10$   $\mu$ s sehr fehleranfällig. Dennoch zeigt die Verteilung der Spektralfunktionen  $g(\tau)$  mit zunehmender Amplitude der Spannungspulse  $U_P$  einen stetigen Verlauf und keine Artefakte (vgl.  $U_G + U_P = 0,0$  V in Abb. 5.26).

Im Bezug auf die Entladung in Abb. 5.27 zeigt sich ein ähnliches Verhalten, verglichen



**Abbildung 5.27:** Tunnelprozesse während des Entladens der QDMs von Probe #14846. Die Spannung am *gate* hat ein konstantes  $U_G = -0,05\text{ V}$  und die Pulsamplitude wird von  $U_P = 50\text{ mV}$  in Schritten von  $\Delta U_P = 10\text{ mV}$  bis zu einer Summe von  $U_G + U_P = 1,0\text{ V}$  erhöht. Die dreidimensionale Darstellung zeigt die Spektralfunktionen  $g(\tau)$ , welche mittels inverser Laplace-Transformation aus den Entladetransienten berechnet wurden. In rot sind die Tunnelprozesse aus den Niveaus der ersten Lage QDs in das 2DEG angezeigt.

mit der Einzelschicht QDs in Abb. 5.25. Die Verteilung von  $g(\tau)$  weist keine erkennbaren Separationen in den Zeitkonstanten auf, anhand derer Beiträge zu einer entsprechenden Lage QDs zugeordnet werden könnte. Dabei kann durchaus angenommen werden, dass die Elektronen alle über die erste Lage in das 2DEG tunneln und kein direkter Tunnelprozess aus der zweiten Lage auftritt. Die Ergebnisse zeigen im Bereich maximaler Spannungsamplitude einen sehr ausgeprägten Signalanstieg mit  $\tau \approx 10\text{ }\mu\text{s}$ . Das Maximum liegt dabei jedoch unter den für die Simulation angenommenen Zeitkonstanten, da sie ohnehin unter der Auflösungsgrenze liegen würden und deshalb messtechnisch nicht ohne Informationsverlust erfasst werden können. Zwar wäre eine mathematische Interpolation möglich, jedoch ist im ungünstigen Fall der Startpunkt der Transiente nicht exakt bestimmt. Über den gesamten Spannungsbereich von  $U_G + U_P$  treten in der Spektralfunktion zwei Maxima auf, welche mit dem Übergang aus dem  $p^1$ -Niveau bei  $\tau \approx 20\text{ }\mu\text{s}$  und aus dem  $s^1$ -Niveau bei  $\tau \approx 2\text{ ms}$  assoziiert werden. Diese Annahme ist sinnvoll, da der Tunnelprozess aus dem  $p$ -Niveau ins 2DEG bei  $U_G + U_P < 0,2\text{ V}$  abrupt verschwindet (vgl. Abb. 5.19).



## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Ergebnisse dieser Arbeit lassen sich in drei Abschnitte gliedern. Dabei ist der erste Teil hauptsächlich messtechnischer Natur und der zweite sowie dritte Teil den neuen physikalischen Ergebnissen gewidmet, welche durch den verbesserten Zugang erst möglichen waren.

Die teilweise etablierte Messmethode der Leitwert-Spektroskopie wurde grundlegend erweitert und die Probenstrukturen weiterentwickelt. Es konnte gezeigt werden, dass der Abstand zwischen den Ohmschen Kontakten und dem 2DEG, in invertierten HEMT-Strukturen, Einfluss auf den Kontaktwiderstand hat. Hierzu wurde ein einstufiger Lackprozess für die Prozessierung der Kontakte durchgeführt und optimiert. Der Kontaktwiderstand konnte um eine Größenordnung gesenkt werden, mit minimalen Werten von  $R_Z = 15(2)\Omega$ . Die Kontaktfläche besitzt dabei keinen signifikanten Einfluss auf den Kontaktwiderstand, jedoch die Kontaktkantenlänge. Die *gate*-Geometrie und *gate*-Fläche wiederum haben Einfluss auf den Leitwert des Transistors sowie auf die Steuerfähigkeit. Bei Letzterem konnte gezeigt werden, dass große *gate*-Flächen den Kanal über ein größeres Intervall steuern können. Die Geometrie des *gates* sollte in der Dimensionierung eine größere Breite  $b$ , als Länge  $l$  haben, bzw. im Hinblick auf die Steuerfähigkeit maximal ein  $l/b$ -Verhältnis von 1 aufweisen.

Weiterhin wurde der Messaufbau umgebaut, sodass sich einerseits die Messgenauigkeit bei gleicher Messzeit erhöht hat und andererseits die Aufnahme des vollständigen Pulszugs ermöglicht wurde. Insbesondere Letzteres ermöglichte im späteren Verlauf den Zugang zur zeitlichen Dynamik des 2DEGs, während des Beleuchtungspulses.

Im Rahmen der Analyse der Ergebnisse aus der Leitwert-Spektroskopie ergab sich, dass die Kurvenanpassungen eines exponentiell abfallenden Signals mit zunehmender Anzahl an Beiträgen, eine wachsende Menge an koexistenten Lösungen aufweist. Dazu wurde die inverse Laplace-Transformation, in Verbindung mit der Tikhonov-Regularisierung etabliert, was die mathematische Handhabe zur letztlichen Entschlüsselung der tatsächlichen physikalische Prozesse in der Transiente ermöglichen sollte.

---

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde mit der Methode der Leitwert-Spektroskopie, die Annihilationsdynamik von Elektronen und Löchern sowie die Tunneldynamik an einem Ensemble aus selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten rein elektronisch untersucht. Dazu sind die Quantenpunkte in eine invertierte HEMT-Struktur eingebettet und über eine Tunnelbarriere an das Ladungsträgerreservoir des 2DEGs gekoppelt. Über den *gate*-Kontakt des Transistors lässt sich der Beladungszustand der Quantenpunkte einstellen, was durch den resultierenden Ladungsaustausch Einfluss auf den Leitwert des 2DEGs hat und dieser folglich zur sensitiven Messgröße des Systems wird. Das Prinzip ist dabei gut vergleichbar mit einem sog. *floating-gate-transistor* [155]. Bei entsprechender Spannung am *gate*-Kontakt können bei dieser Art Halbleiter-Heterostruktur optisch angeregte Elektronen-Loch-Paare voneinander getrennt werden, wobei die Elektronen in das 2DEG tunneln und die Löcher im Valenzband der Quantenpunkte metastabil eingeschlossen werden. Die Ergebnisse in dieser Arbeit legen den gesamten Prozess, von der optischen Anregung, über den zeitlichen Verlauf der metastabilen Speicherung, bis zur potenziell determinierten Annihilation mit tunnelnden Elektronen dar. Dabei konnte eine maximale Speicherzeit der Löcher von 4 s festgestellt werden [156]. Das ganze System kann als Prototyp einer deterministischen Einzelphotonen-Quelle dienen, da gezielt ein Loch in die Quantenpunkte geladen werden kann, welches über die *gate*-Spannung zu einem kontrollierten Zeitpunkt mit einem Elektron annihiliert.

Aufbauend auf diesen Ergebnissen könnte versucht werden die resultierenden Photonen, beispielsweise durch eine entsprechende InGaAs-Diode, zeitaufgelöst zu detektieren. Erste Untersuchungen wurden im Rahmen dieser Arbeit bereits unternommen, jedoch muss mit einem sog. Bragg-Spiegel im unteren Teil der Halbleiter-Heterostruktur und einer sog. *solid immersion lens* auf der Probenoberfläche, die Anzahl der austretenden Photonen maximiert werden. In einem weiteren Schritt könnte anschließend versucht werden, zusätzlich einen Spin einzustellen und zu speichern.

Letzteres führte vorweggenommen zur Motivation des dritten Teils, den sog. Quantenpunktmolekülen. Dem vorangegangenen Prinzip der Probenstruktur folgend, befindet sich ein zweites Ensemble von Quantenpunkten auf dem Ersten, sodass diese bei ausreichend kleinem Abstand einen Molekülcharakter ausbilden. Studien haben gezeigt, dass durch die gemeinsame Austauschwechselwirkung, zweier Elektronen als Triplett-Zustand im Quantenpunktmolekül, die Information des Spins länger bestehen bleibt ( $T_2$ -Zeit [148]).

---

Die Verbesserungen, welche an Probe und Aufbau vorgenommen wurden, waren durch die erhöhte Komplexität der elektronischen und quantenmechanischen Effekte insbesondere an diesen neuen Strukturen von Nöten. Die Quantenpunkt-moleküle wurden im Hinblick auf ihr Beladungsspektrum und etwaige Wechselwirkungsphänomene charakterisiert. Darüber hinaus wurden ebenfalls optisch angeregte Löcher generiert und Exzitonen-Zustände auf verschiedenen Wegen gemessen. Aufbauend auf diesen Ergebnissen, können Studien über die genaue Verteilung der Zustände, in den beiden Quantenpunkt-Lagen angestellt werden sowie über die Speicherzeit der Löcher.

Abschließend wurde die inverse Laplace-Transformation im Rahmen tunnelspektroskopischer Untersuchungen erprobt und in nicht-Gleichgewichtsmessungen angewandt, sowohl an der Einzelschicht Quantenpunkte, als auch an den Quantenpunkt-molekülen. Hohe Spannungspulse am *gate* provozierten dabei verschiedene exponentielle Beiträge in den Transienten der Messungen, damit einerseits die Funktionalität dieses neuen Analyseverfahrens überprüft werden konnte und andererseits Umladungseffekte - insbesondere in den Quantenpunkt-molekülen - neue Informationen über die Verteilung der Elektronenzustände ergaben. Die Ergebnisse waren dabei durchweg konsistent mit den Berechnungen der Zeitkonstanten nach dem herkömmlichen Verfahren und die Annahme über die Verteilung der Elektronenzustände in den Quantenpunkt-molekülen wurde ebenfalls bestätigt.

# A Anhang

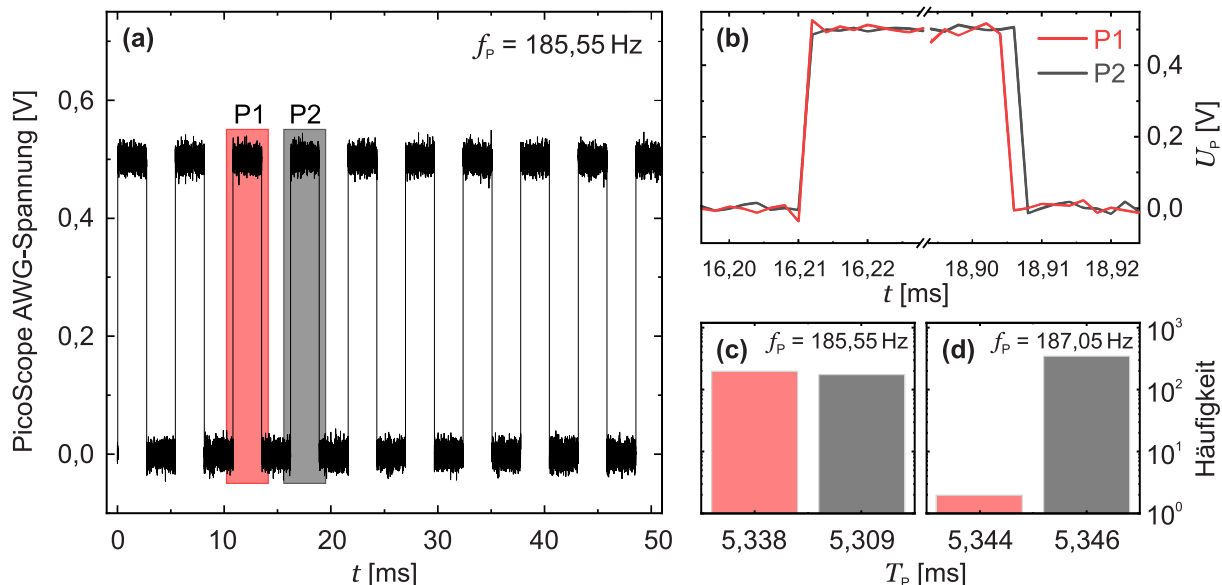
## A.1 Digitalisierungsstufen des PicoScope-AWGs

### Pulsfrequenz

Da zur Erhöhung der Messgeschwindigkeit ein Zug von Spannungspulsen auf das *gate* gegeben wird und der aufgenommene 2DEG-Strom anschließend in Abständen der Pulslänge  $T_P$  getrennt und gefaltet wird, muss das verarbeitende LabView-Programm die genaue Länge eines Pulses kennen. Bedingt durch die Kommunikationsschnittstelle zwischen Computer und PicoScope haben die gemessenen Datenpunkte am Oszilloskop einen minimalen zeitlichen Abstand von  $2 \mu\text{s}$  zueinander.

Das PicoScope arbeitet vollständig digital, sodass die Pulslänge  $T_P$  nicht durch die gewählte Pulsfrequenz  $f_P$  errechnet werden kann. In der Praxis führt dies zu einer Diskrepanz zwischen der, für die gewünschte Pulslänge, gewählten Frequenz und der tatsächlich gemessenen Pulslänge. Im Rahmen des Projekts wurden zur Lösung dieses Problems verschiedene Ansätze gewählt. In erster Iteration des entwickelten LabView-Programms wurde ein sog. *software-trigger* an einem zusätzlichen, sehr hohen Puls am Anfang der Pulssequenz durchgeführt. War dieser dabei höher als der Rauschuntergrund, konnte an der steigenden Flanke der genaue Datenpunkt zur Aufteilung des Pulszugs ermittelt werden. Diese Lösung wurde zu Beginn des Projekts gewählt, da für die Messung ohnehin ein hoher Puls zu Beginn der Sequenz erforderlich war. Zu einem späteren Zeitpunkt wurden jedoch deutlich höhere Mittelungszahlen mit kleiner Pulsamplitude benötigt. Durch den *trigger-puls* wird die Pulslänge dabei deutlich erhöht, da dieser zwar kurz sein kann, aber dennoch ein partielles Umladen der QDs bewirkt, welches eine erneute Wartezeit bis zum eigentlichen Messpuls nötig macht. Zur Lösung dieses Problems wurde der Ausgang des AWGs direkt auf den Eingang des PicoScopes gegeben. Anschließend wurde über die zeitliche Differenz zwischen steigender und fallender Flanke von Spannungspulsen bei verschiedenen Pulsfrequenzen die tatsächliche Pulslänge ermittelt. Aus diesem Datensatz wurde eine Tabelle erstellt, die die eingestellte Pulsfrequenz zur realen Pulslänge in Zusammenhang bringt, sodass das umgeschriebene LabView-Programm den Pulszug an den exakten Datenpunkten auftrennen und zusammenlegen kann.

Nachdem dieses Verfahren implementiert wurde, fiel auf, dass an zufälligen Stellen ein Versatz von einem Datenpunkt zwischen den Pulsen auftritt. Abb. A.1(b) zeigt diesen Versatz als Vergrößerung eines aufgenommenen Pulszugs [Abb. A.1(a)]. Der zweite



**Abbildung A.1:** (a) Ein exemplarischer Pulszug mit Pulsamplitude  $U_P = 0,25$  V sowie Pulsfrequenz  $f_P = 185,55$  Hz, ausgegeben vom AWG und direkt mit dem Oszilloskop des PicoScopes gemessen. Die markierten Pulse P1 und P2 werden in (b) und (c) analysiert. (b) Vergrößerung von P1 aus (a). P2 ist zeitlich auf die steigende Flanke von P1 versetzt, sodass die Längendifferenz deutlich wird. (b,c) Häufigkeitsverteilung des Auftretens verschiedener Pulslängen  $T_P$  bei  $f_P = 185,55$  Hz und  $f_P = 187,05$  Hz. Grafik basierend auf [13].

Puls P2 ist dabei zeitlich auf die steigende Flanke des ersten Pulses P1 gelegt, sodass an der fallenden Flanke der Versatz um einen Datenpunkt ersichtlich wird. Da dieser Versatz durch einen digitalen zeitlichen Versatz zwischen AWG und Oszilloskop-Eingang am PicoScope herrühren, kann sich dieser Versatz stark aufsummieren, wenn ein Pulszug aus vielen hundert Pulsen besteht. Unter genauerer Betrachtung wurde festgestellt, dass die Häufigkeit des Auftretens dieses Versatzes ebenfalls von der Pulsfrequenz  $f_P$  abhängt. Während für  $f_P = 185,55$  Hz die verschiedenen Pulslängen  $T_P$  fast gleichverteilt sind [Abb. A.1(c)], tritt der längere Puls bei  $f_P = 187,05$  Hz fast 200 mal so oft auf [Abb. A.1(d)]. Um mit diesem Problem umgehen zu können, wurden erneut Pulse verschiedener Frequenz aufgenommen und diesmal die statistische Verteilung der Häufigkeit des Datenpunktsprungs gemessen. Für die Tabelle, die vom LabView-Programm genutzt wird, wurden lediglich die Pulsfrequenzen zugelassen, welche mit einer Häufigkeit von über 90% zu einer exakten Pulslänge tendieren.

Nachdem dieses Problem gelöst war, wurde eine weitere Variation festgestellt. Dabei handelt es sich um einen zufällig auftretenden Versatz von exakt 8 Datenpunkten zu Beginn eines Pulszugs. Zur Lösung wurde in diesem Fall der eigentlich ungün-

stige Zustand des 2DEG-Umladens durch eine Spannungsänderung am *gate* genutzt, s. Anhang A.2. Dies führt bei einem steigenden Puls zu einer negativen Antwort im 2DEG-Strom, welcher kleiner ist, als der Rauschuntergrund und an dieser Stelle die Technik des *software-triggers* verwendet werden kann.

Alle Messungen an den QDMs wurden nach Implementierung dieser Änderungen aufgenommen, wodurch die Möglichkeit gegeben war, durch kleine Spannungspulse (10 mV) sehr feine Änderungen am Ladungszustand zu untersuchen.

### Ausgangsspannung

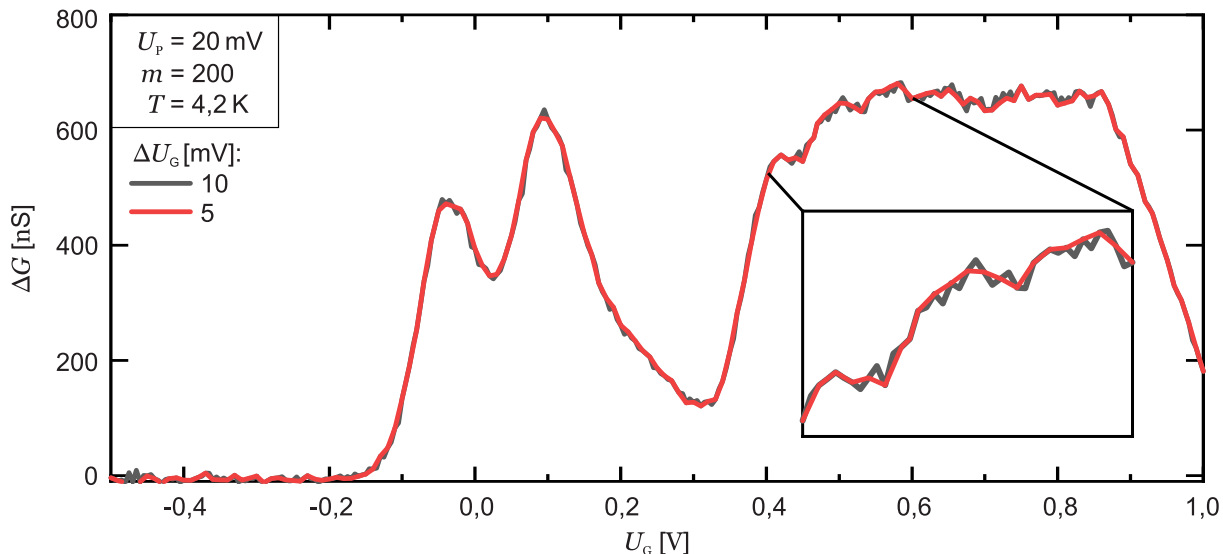
Standardmäßig beträgt die Schrittweite der DC-Spannungsänderung am *gate*  $\Delta U_G = 10$  mV und ebenso wird die Amplitude der Spannungspulse in 10 mV-Schritten zwischen  $10 \text{ mV} \leq U_P \leq 40 \text{ mV}$  variiert. Eine Maßnahme, die im Rahmen dieser Arbeit versucht wurde war, die Be- und Entladespektren der QDMs durch eine Überbestimmung an Messpunkten zu verfeinern. Überbestimmung bedeutet in diesem Kontext, dass die Änderung in der Besetzung der Energieniveaus in den QDs bzw. QDMs deutlich kleiner ist, als die zur Einstellung verwendete Schrittweite der DC-Spannungsänderung  $\Delta U_G$ . Durch eine größere Menge an Messpunkten kann anschließend beispielsweise ein gleitender Mittelwert zu einer Verbesserung des Ergebnisses führen, obwohl gleichwohl die Mittelungszahl  $m$  pro Messpunkt reduziert wird.

Zu diesem Zweck wurde an der QDM-Probe #14846 die DC-Spannungsänderung von  $\Delta U_G = 10$  mV auf  $\Delta U_G = 5$  mV reduziert, sodass sich die Anzahl der Messpunkte verdoppelt. Dabei stellte sich heraus, dass der verwendete AWG im PicoScope 5000D Digitalisierungsstufen in der ausgegebenen Spannung aufweist, exemplarisch am Beispiel des Beladespektrum im quasi-Gleichgewicht in Abb. A.2 gezeigt. Die Spannung am *gate* ergibt sich aus der Pulsspannung von  $U_P = 20$  mV, addiert mit der in Schritten von  $\Delta U_G = 10$  mV (rote Kurve) und  $\Delta U_G = 5$  mV (schwarze Kurve) veränderten DC-Spannung  $U_G$ . Die rote Kurve stellt dabei keine Glättungsfunktion der schwarzen Kurve dar, sondern die schwarze Kurve springt aufgrund des Wechsels zwischen verschiedenen Stufen der digital verarbeiteten Ausgangsspannung. Aufgrund dessen betragen bei allen Messungen in dieser Arbeit die Pulsspannungen  $U_P$  und die DC-Spannungen  $U_G$  ein Vielfaches von 10 mV.

## A.2 Kapazitives Umladen des 2DEG-Kanals

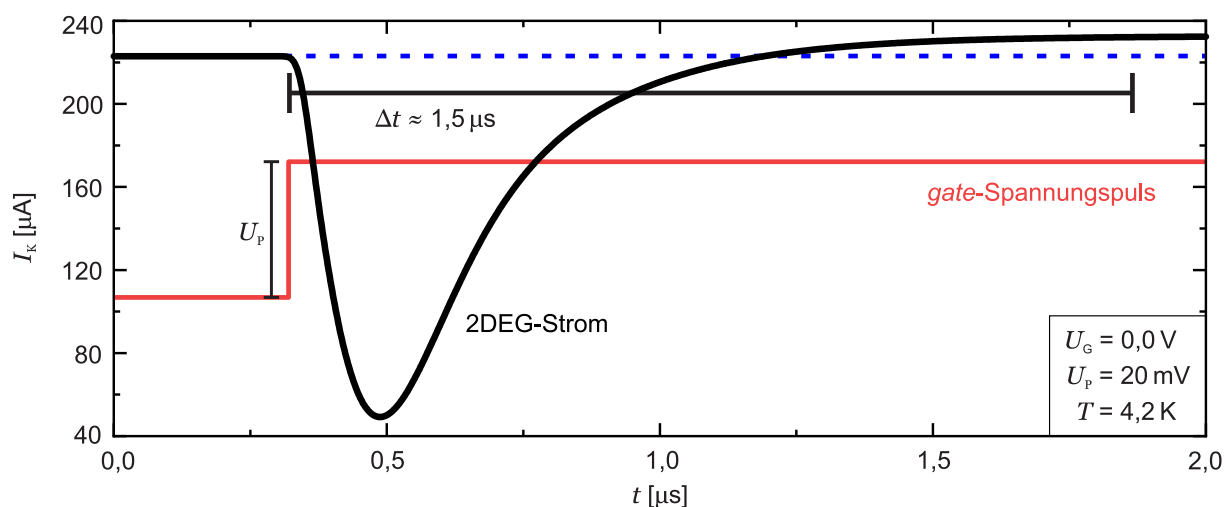
In der Leitwert-Spektroskopie werden an einer HEMT-Struktur rechteckige Spannungspulse  $U_P$  auf das *gate* gegeben und zeitlich korreliert der 2DEG-Strom  $I_K$  aufgezeichnet, s. Kap. 4.1 - Messkonzept. Dieser Strom  $I_K$ , bzw. Leitwert  $G$  mit Gl. 4.1 stellt dabei das Messsignal dar. Die Spannungsänderung  $\Delta U/\Delta t$  durch einen Puls am

## A.2. Kapazitives Umladen des 2DEG-Kanals



**Abbildung A.2:** Beladespektrum der QDM-Probe #14846 mit DC-Spannungsänderung am *gate* von  $\Delta U_G = 10$  mV (schwarz) und  $\Delta U_G = 5$  mV (rot). Die Vergrößerung verdeutlicht die auftretenden Digitalisierungsstufen in der Ausgangsspannung des AWGs.

*gate* zieht eine kapazitive Umladung des 2DEG-Kanals nach sich, exemplarisch an der positiven Flanke in Abb. A.3 dargestellt. Diese Umladung hat dabei eine Dauer von



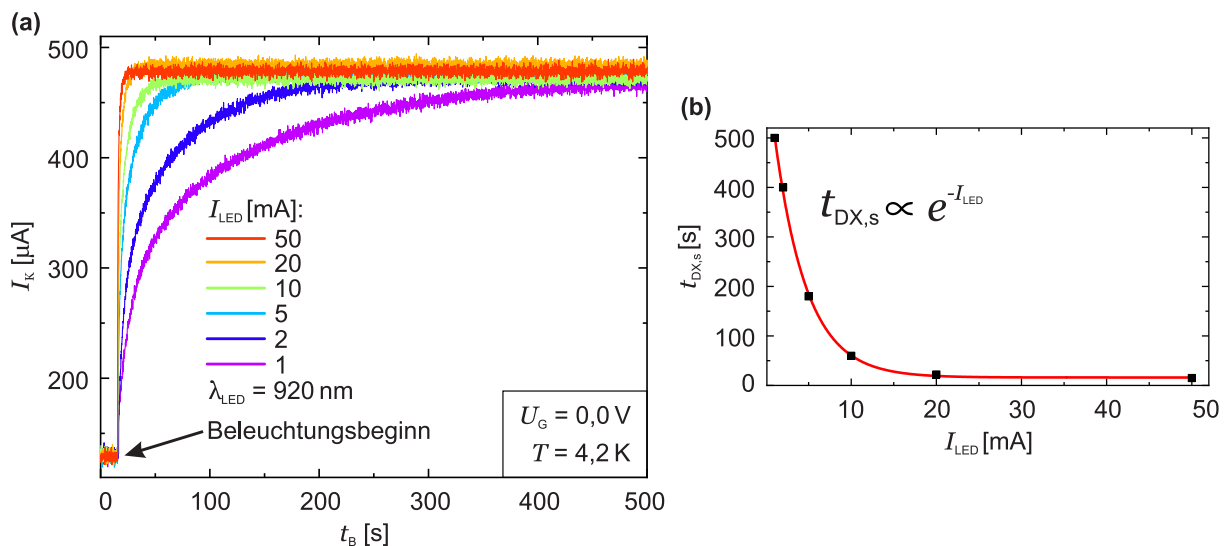
**Abbildung A.3:** 2DEG-Strom  $I_K$  (schwarz) aufgrund der Umladung des 2DEGs, aufgenommen an der positiven Flanke eines *gate*-Spannungspulses (rot) gegen die Zeit  $t$ . Die Dauer der Umladung beträgt ungefähr  $dt \approx 1,5 \mu s$ . Am Ende des Spannungspulses tritt der entsprechend inverse Effekt, mit identischer Zeitdynamik ein.

$dt \approx 1,5 \mu s$  und findet umgekehrt an der negativen Flanke nach dem Spannungspuls ebenfalls statt.

### A.3 Absättigung von DX-Zentren

Nach Kap. 2.2.1 ist bekannt, dass Störstellen in  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  DX-Zentren zur Folge haben. Im Rahmen der Messungen mittels Leitwert-Spektroskopie wurden lichtinduzierte Ladungszustände untersucht, sodass die Probe bei  $T = 4,2\text{ K}$  beleuchtet wurde und diese DX-Zentren bis zum erneuten Aufwärmen ionisiert werden. Die dadurch abgegebenen Elektronen reichern das 2DEG an und erhöhen die Ladungsträgerdichte  $n$ , was zu einer dauerhaften (bis zum Aufwärmen der Probe) Verschiebung der Fermi-Energie führt. Damit diese nicht erst während der Messung verschiebt, wird vorher eine einmalige Vorbeleuchtung zur vollständigen Ionisierung der DX-Zentren durchgeführt. Die erhöhte Ladungsträgerdichte sowie Beweglichkeit sind den Hall-Ergebnissen der Wachstumsprotokollen in Anhang A.7 zu entnehmen.

In Abb. A.4(a) ist die zeitliche Dynamik des 2DEG-Stroms  $I_K$ , aufgrund der zunehmenden Ladungsträgerdichte, für verschiedene LED-Ströme  $I_{\text{LED}}$  dargestellt. Jede Kurve



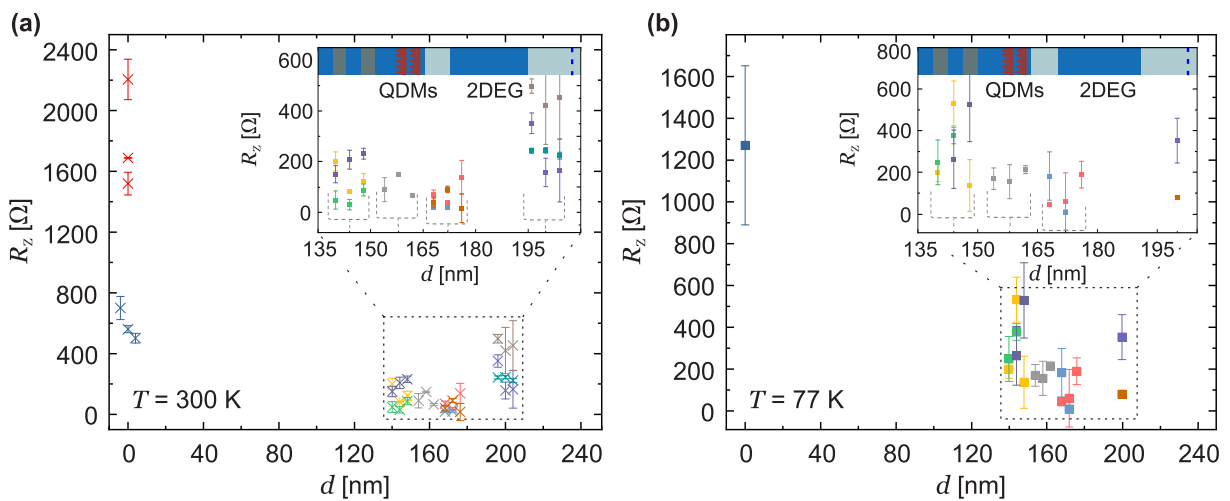
**Abbildung A.4:** (a) Der 2DEG-Stroms  $I_K$  während der Proben-Vorbeleuchtung zum Ionisieren der DX-Zentren im  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  bei verschiedenen LED-Strömen  $I_{\text{LED}}$  und  $T = 4,2\text{ K}$ . (b) Zeitpunkt  $t_{\text{DX},s}$ , an dem die Stromzunahme im 2DEG aufgrund der Ladungsträgeranreicherung sättigt, gegen den verwendeten LED-Strom  $I_{\text{LED}}$ . Es ergibt sich ein exponentieller Zusammenhang mit einem korrelierten  $R^2 = 99,89\%$ .

ist dabei unabhängig voneinander nach einem erneuten Einkühlvorgang in LHe aufgezeichnet worden. Abb. A.4(b) zeigt die Zeitpunkte, bis zur Sättigung des 2DEG-Stroms  $t_{\text{DX},s}$  in Abhängigkeit des LED-Stroms  $I_{\text{LED}}$ . In Übereinstimmung mit der Literatur [157] ergibt sich durch Kurvenanpassung mit einer Exponentialfunktion ein korreliertes  $R^2 = 99,89\%$ .



## A.4 Einfluss der Ätztiefe auf den Kontaktwiderstand

Aus der Studie zur Reduzierung des Zuleitungswiderstands (Kontaktwiderstand)  $R_Z$  zum 2DEG [Abb. 5.9(a)] geht hervor, dass dieser durch vertiefte Kontakte signifikant verringert werden kann. Aufbauend auf diesen Ergebnissen wurde der Kontaktwiderstand  $R_Z$  in Abhängigkeit von der konkreten Kontakt-Ätztiefe  $d$ , bei ansonsten gleicher Prozessierung der Proben #14846 und #15050 weiter untersucht. Die Widerstände sind entsprechend den vorherigen Messungen mittels TLM ermittelt worden und für Raumtemperatur in Abb. A.5(a) sowie  $T = 77$  K in Abb. A.5(b) dargestellt.



**Abbildung A.5:** Kontaktwiderstand  $R_Z$  bei verschiedenen Ätztiefen  $d$  an den Proben #14846 und #15050. Für  $d = 172$  nm erreicht der Kontaktwiderstand  $R_Z \approx 50 \Omega$  ein Minimum und nimmt darunter wieder zu, wobei das Kontaktmaterial in diesem Fall bereits unter dem 2DEG liegt. Grafik basierend auf [97]. (a) Resultierender Kontaktwiderstand  $R_Z$  gemessen mit TLM für Raumtemperatur. (b) Kontaktwiderstand  $R_Z$  entsprechend (a) für  $T = 77$  K.

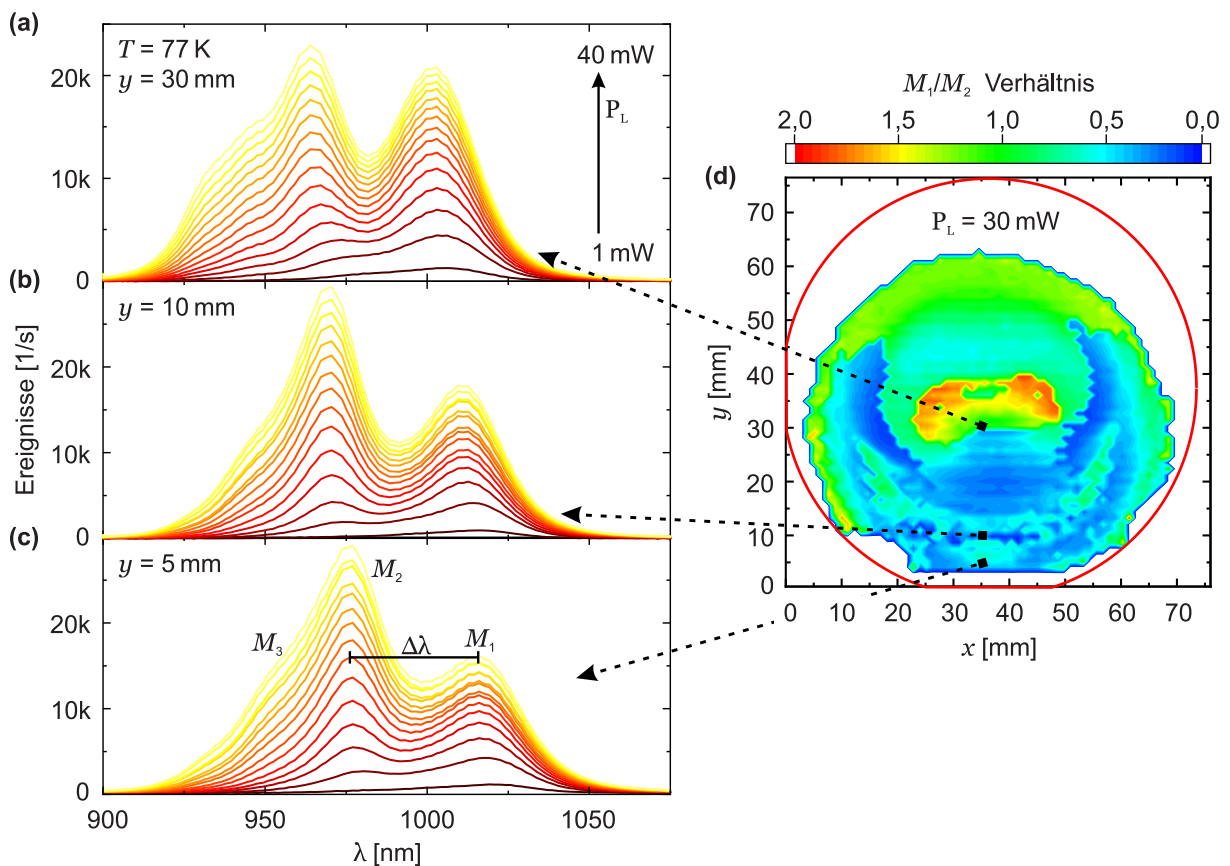
Wie aus den Messungen hervorgeht, nimmt der Kontaktwiderstand  $R_Z$  mit abnehmendem Abstand des Kontaktmaterials zum 2DEG ab. Bei einer Ätztiefe von  $d = 172$  nm, im Bezug auf die Probenoberseite, erreicht er dabei mit  $R_Z \approx 50 \Omega$  ein Minimum. Darunter befindet sich das Material bereits im 2DEG, wodurch der Kontaktwiderstand wieder auf Werte zwischen  $200 \Omega$  bis  $500 \Omega$  ansteigt. Aus dieser Beobachtung lässt sich schlussfolgern, dass die Diffusion des Kontaktmaterials in vertikaler Richtung deutlich relevanter für die Erzeugung eines guten Ohmschen Kontakts ist, als in lateraler Richtung.

Hinzu kommt, dass die Messpunkte bei  $d > 195$  nm deutlich größere Fehlerintervalle aufweisen, wobei der Ursprung bei einem nicht-linearen Verhalten der Gesamtwiderstände auf Grund unzureichender Ohmscher Kontakte liegt. Entsprechend der Ergebnisse kann festgehalten werden, dass ein kleinerer Abstand des Kontaktmaterials zum 2DEG den Kontaktwiderstand  $R_Z$  verringert, das Ätzen in das 2DEG selbst jedoch ver-

mieden werden sollte. Im Bezug auf die Temperaturabhängigkeit wird deutlich, dass die gemessenen Kontaktwiderstände bei  $T = 77\text{ K}$  Abb. A.5(b) insgesamt höhere Werte als bei Raumtemperatur aufweisen, was durch teilweises Ausfrieren der Ladungsträger begründet werden kann.

## A.5 Bestimmung des Molekülcharakters

Zur qualitativen Bestimmung der Kopplungsstärke zwischen den beiden QD-Lagen wurden die *wafers* mittels Photolumineszenz-Spektroskopie untersucht. Die Abb. A.6(a)-(c) zeigen exemplarisch das gemessene Signal von Probe #15121 mit steigender Laserleistung  $P_L$  und bei verschiedenen Abständen  $y$  auf einer Linie über den *wafers*, s. Markierungen in Abb. A.6(d). Bei dieser Probe liegt ein In-Gradient



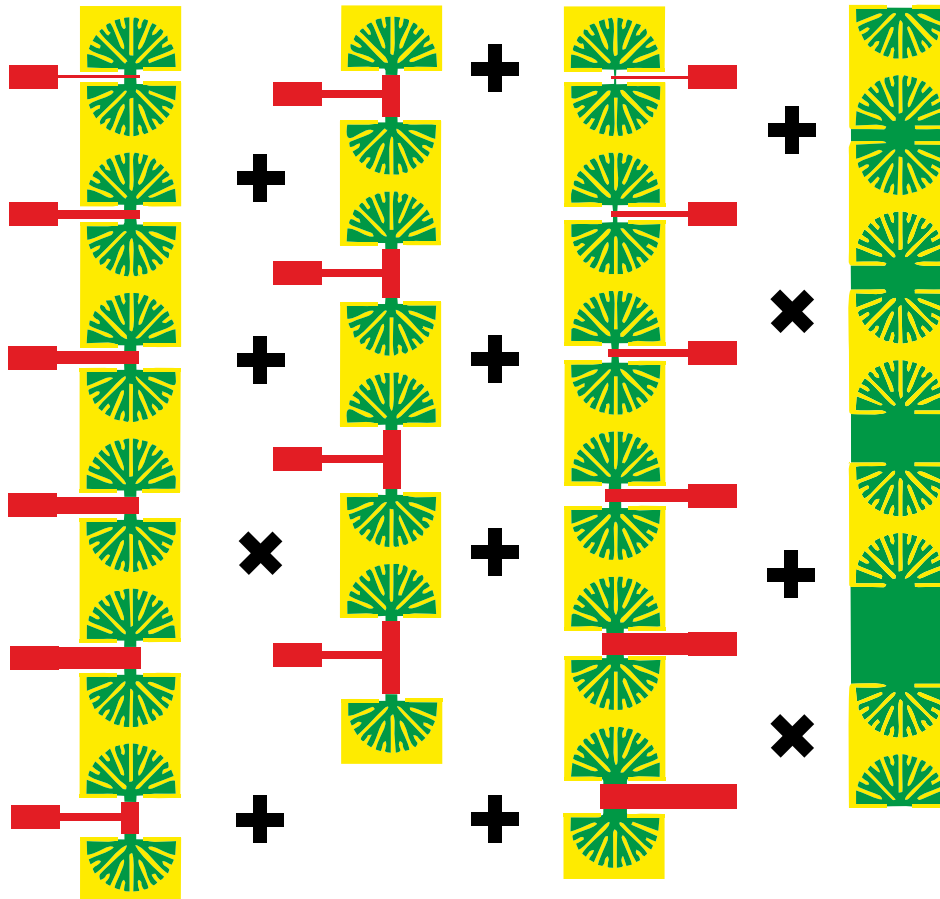
**Abbildung A.6:** Photolumineszenz-Spektroskopie-Messungen an Probe #15121 bei  $T = 77\text{ K}$ . (a) bis (c) zeigen das aufgenommene Signal an verschiedenen  $y$ -Positionen auf dem *wafers* und bei  $x = 35\text{ mm}$  sowie in Abhängigkeit steigender Laserleistung von  $P_L = 1\text{ mW}$  bis  $P_L = 40\text{ mW}$ . (d) zeigt das Signalverhältnis  $M_1/M_2$  zwischen erstem und zweitem Maximum bei  $P_L = 30\text{ mW}$  und einem Rasterabstand von  $1\text{ mm}$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung.

vor(Kap. 3.1), ebenso wie bei der für die Leitwert-Spektroskopie-Messungen verwendeten Probe #14846, sodass die QD-Dichte mit zunehmendem Abstand zur unteren

Kante (eng. *big flat*) abnimmt. Abb. A.6(c) ist im unteren Randbereich des *wafers* aufgenommen worden ( $y = 5 \text{ mm}$ ). Der Wellenlängenabstand zwischen  $M_1$  und  $M_2$  beträgt  $\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$  und die Spektren entsprechen eher dem  $s$ - und  $p$ -Niveau eines einzelnen QD-Ensembles. Unter Berücksichtigung der reduzierten Höhe der QDs (5,5 nm - vgl. Wachstumsprotokolle zu Probe #14846 bzw. #15121 in Kap. A.7) durch das *flushen* ist  $M_1$  somit dem  $s^2$ - und  $M_2$  dem  $p^2$ -Zustand zuzuordnen.  $M_3$  hat einen Wellenlängenabstand zu  $M_2$  von  $\Delta\lambda = 25 \text{ nm}$ . Dieser Abstand ist zwar deutlich kleiner, das Maximum ist jedoch zu weit blau verschoben, als das es dem  $s^1$ -Zustand der ersten QD-Lage entsprechen kann (Höhe 5,0 nm) und muss somit der  $d^2$ -Zustand sein. Da keine weiteren Maxima auftreten, können die Beiträge der ersten QD-Lage entweder nicht aufgelöst werden oder sie werden trotz der hohen Laserleistungen nicht angeregt. Von Interesse ist, wie sich die Maxima bei steigender Laserleistung  $P_L$  verhalten, da deutliche Unterschiede auftreten.

Abb. A.6(d) zeigt das Signalverhältnis  $M_1/M_2$  zwischen erstem und zweitem Maximum bei  $P_L = 30 \text{ mW}$  und einem Rasterabstand von 1 mm in  $x$ - und  $y$ -Richtung. In Abb. A.6(a) liegt ein Verhältnis nahe 1 vor, da  $M_1$  - im Vergleich zu den anderen Messungen - deutlich stärker mit steigender Laserleistung zunimmt. Dies könnte darauf hindeuten, dass zusätzlich Zustände aus der ersten QD-Lage angeregt werden.

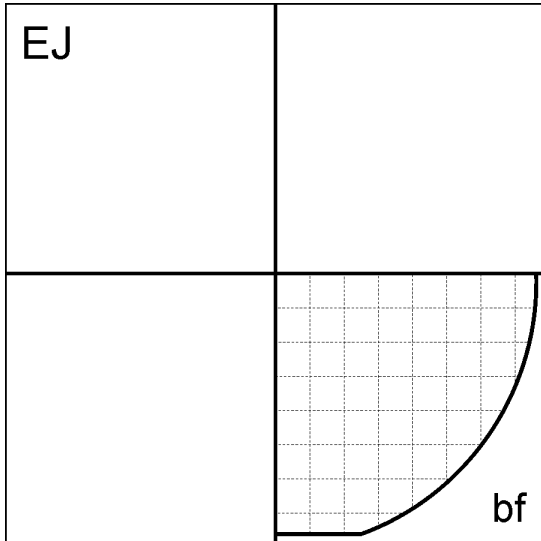
## A.6 Prozessierungsmaske



**Abbildung A.7:** Die vollständige Prozessierungsmaske mit den neu entworfenen Kontaktstrukturen in gelb und den *gates* in rot. Diese haben verschiedene Geometrien für die *l/b*-Studie und für den Bonddraht einen zusätzlichen Steg, welcher außerhalb des steuernden Bereichs zwischen den Kontakten liegt. Die schwarzen Kreuze dienen der Orientierung während der Justage für die Photolithographie.

## A.7 Wachstumsprotokolle

Auf den Folgenden Seiten sind die Wachstumsprotokolle angehängt, für die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Proben. Neben den eigentlichen Schichtfolgen können den Protokollen Informationen über Zelltemperaturen, Substratbeschaffenheiten und sonstige Daten entnommen werden.

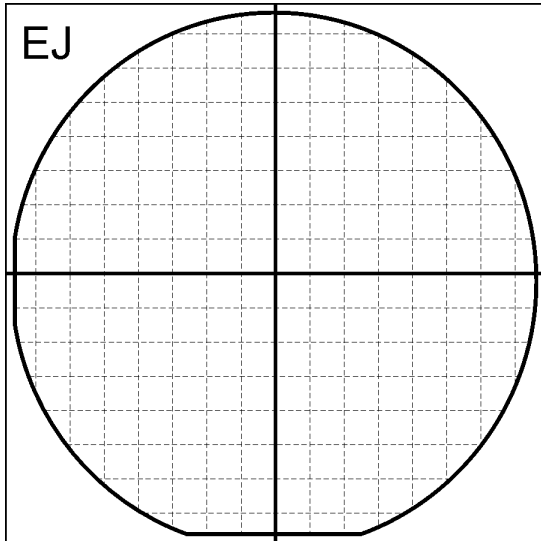


Sample: **14010**  
 Material: GaAs  
 Orientation: (100)  
 Wafer: WV/21112/Un48  
 Rotation: 4  
 Pressure (Torr):  $1.0 \times 10^{-7}$   
 Date: 20.06.2011  
 Hall Sample: 14010

		300K	77K	4.2K	1K
dark	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]	$4.34 \times 10^3$		$4.94 \times 10^3$	
	$n$ [cm <sup>-2</sup> ]	$-9.95 \times 10^{11}$		$-7.55 \times 10^{11}$	
illum	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]	$4.40 \times 10^3$		$1.06 \times 10^4$	
	$n$ [cm <sup>-2</sup> ]	$-1.05 \times 10^{12}$		$-1.59 \times 10^{12}$	

Layer	Loop	$T$ [°C]	Dur. [s]	Thickn. [nm]	Cells (°C)
GaAs		640.0	989.6	200	As-LF 390 °C
AlAs	Start: 40x	640.0	19.0	2	As-UF 700 °C
GaAs	End	640.0	9.9	2	Si(max) 1270 °C
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		640.0	976.9	300	In-LF 725 °C
Si-delta		640.0	600.0	0	In-UF 755 °C
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		640.0	52.1	16	Ga-LF 1012 °C
GaAs		640.0	37.1	7.5	Ga-UF 20 °C
AlAs		640.0	1.0	0.1	Al 1172 °C
GaAs		640.0	37.1	7.5	
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		640.0	32.6	10	
GaAs		640.0	24.7	5	
InAs	Do: 11x	558.0	4.0	0	<i>Comment</i> inverted HEMT Standardhalter T(pyro) = 600°C As: 85%/390/700°C Ts-QD = 558°C Tp = 519-534°C (Grown by P. A. Labud)
GaAs		533.0	39.6	8	
AlAs	Start: 35x	640.0	28.6	3	
GaAs	End	640.0	4.9	1	
GaAs		640.0	24.7	5	



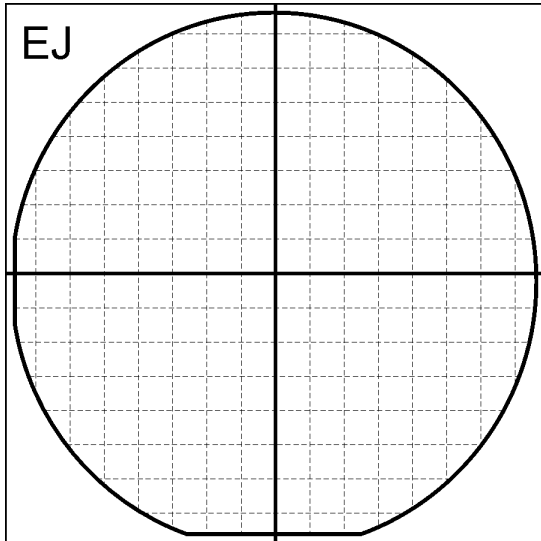


Sample: **14846**  
 Material: GaAs  
 Orientation: (100)  
 Wafer: WV/23967/Un7  
 Rotation: 4  
 Pressure (Torr):  $4.2 \times 10^{-8}$   
 Date: 10.11.2016  
 Hall Sample: 14846m

		300K	77K	4.2K	1K
dark	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]	$4.59 \times 10^3$		$8.78 \times 10^3$	
	n [cm <sup>-2</sup> ]	$-9.00 \times 10^{11}$		$-7.00 \times 10^{11}$	
illum	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]	$4.72 \times 10^3$		$1.40 \times 10^4$	
	n [cm <sup>-2</sup> ]	$-1.00 \times 10^{12}$		$-1.00 \times 10^{12}$	

Layer	Loop	T [°C]	Dur. [s]	Thickn. [nm]	Cells (°C)
GaAs		684.0	998.0	200	As-LF 356 °C
AlAs	Start: 40x	684.0	20.2	2	As-UF 700 °C
GaAs	End	684.0	10.0	2	Si(max) 1270 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		684.0	1002.7	300	In-LF 725 °C
Si-delta		617.0	540.0	0	In-UF 755 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		617.0	16.7	5	Ga-LF 1008.5 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		666.0	36.8	11	Ga-UF 850 °C
GaAs		666.0	74.9	15	Al 1178 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		666.0	36.8	11	
GaAs		666.0	24.9	5	
InAs	Do: 10x	593.0	4.0	0.1	<b>Comment</b> inverted HEMT Platen: - T(pyro) = 620°C As = 89% pF = 9.6e-6 Torr QDs: 1st layer Tp = 514°C 2nd layer Tp = 516°C (Grown by S. Scholz)
InAs		593.0	2.0	0.1	
AlAs		593.0	3.0	0.3	
GaAs		568.0	17.0	3.4	
GaAs		666.0	10.0	2	
InAs	Do: 10x	593.0	4.0	0.1	
AlAs		593.0	3.0	0.3	
GaAs		568.0	24.5	5	
GaAs		666.0	5.0	1	
AlAs	Start: 35x	666.0	30.4	3	
GaAs	End	666.0	4.9	1	
GaAs		666.0	24.9	5	





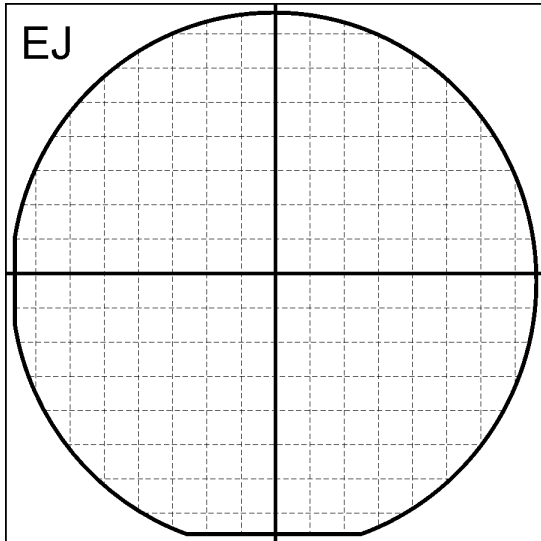
Sample: **15050**  
 Material: GaAs  
 Orientation: (100)  
 Wafer: WV24131/Un53  
 Rotation: 4  
 Pressure (Torr):  $4.6 \times 10^{-8}$   
 Date: 21.11.2018  
 Hall Sample: N/A

**300K                      77K                      4.2K                      1K**

dark	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]				
	n [cm <sup>-2</sup> ]				
illum	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]				
	n [cm <sup>-2</sup> ]				

Layer	Loop	T [°C]	Dur. [s]	Thickn. [nm]	Cells (°C)
GaAs		702.0	999.5	200	As-LF 368 °C
AlAs	Start: 40x	702.0	20.0	2	As-UF 700 °C
GaAs	End	702.0	10.0	2	Si(max) 1270 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		702.0	999.0	300	In-LF 713 °C
Si-delta		658.0	520.0	0	In-UF 743 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		658.0	16.7	5	Ga-LF 1005 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		683.0	36.6	11	Ga-UF 850 °C
GaAs		683.0	75.0	15	Al 1168 °C
Al <sub>0.33</sub> Ga <sub>0.67</sub> As		683.0	36.6	11	
GaAs		683.0	24.9	5	
InAs	Do: 13x	603.0	4.0	0.1	<b>Comment</b> inverted HEMT  T(pyro) = 590°C As = 70% pF = 9.6e-6 Torr  QDs: 1st: 13 cycles full rotation Tp(start) = - Tp(end) = 488°C 2nd: 13 cycles full rotation Tp(start) = 488°C Tp(end) = 488°C  (Grown by N. Bart, C. Ebler)
GaAs		580.0	25.0	5	
GaAs		683.0	10.0	2	
InAs	Do: 13x	603.0	4.0	0.1	
GaAs		580.0	27.5	5.5	
GaAs		683.0	15.0	3	
AlAs	Start: 35x	683.0	29.9	3	
GaAs	End	683.0	4.9	1	
GaAs		683.0	24.9	5	





Sample: **15121**  
 Material: GaAs  
 Orientation: (100)  
 Wafer: WV24426/Un51  
 Rotation: 4  
 Pressure (Torr):  $4.5 \times 10^{-6}$   
 Date: 15.05.2019  
 Hall Sample: N/A

		300K	77K	4.2K	1K
dark	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]				
	n [cm <sup>-2</sup> ]				
illum	$\mu$ [cm <sup>2</sup> / Vs]				
	n [cm <sup>-2</sup> ]				

Layer	Loop	T [°C]	Dur. [s]	Thickn. [nm]	Cells (°C)
GaAs		689.0	1003.5	200	As-LF 368 °C
AlAs	Start: 40x	689.0	19.8	2	As-UF 700 °C
GaAs	End	689.0	10.0	2	Si(max) 1270 °C
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		689.0	999.0	300	In-LF 713 °C
Si-delta		655.0	520.0	0	In-UF 743 °C
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		655.0	16.7	5	Ga-LF 1002 °C
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		679.0	36.6	11	Ga-UF 850 °C
GaAs		679.0	75.3	15	Al 1166 °C
Al <sub>0.34</sub> Ga <sub>0.66</sub> As		679.0	36.6	11	
GaAs		679.0	25.0	5	
InAs	Do: 11x	574.0	4.0	0.1	<b>Comment</b> inverted HEMT-QDs Tp = 605°C As = 79% pF = 9.6-e6 Torr 1st QDs: Tp (start) = 486°C; Tp(end) = 487°C; 11 cycles (4 with/ 7 without rot.); 5 nm flush 2nd QDs: Tp(start) = 489°C Tp(end) = 489°C 11 cycles (4 with/ 7 without rotation) 5.5 nm flush (Grown by N. Bart, C. Ebler)
GaAs		549.0	25.1	5	
GaAs		679.0	10.0	2	
InAs	Do: 11x	574.0	4.0	0.1	
GaAs		549.0	27.6	5.5	
GaAs		679.0	15.1	3	
AlAs	Start: 35x	679.0	29.7	3	
GaAs	End	679.0	5.0	1	
GaAs		679.0	25.0	5	





# Literaturverzeichnis

- [1] DiVINCENZO, D. P.: *The Physical Implementation of Quantum Computation*, Fortschritte der Physik **48**, 771 (2000).
- [2] LADD, T. D.; JELEZKO, F.; LAFLAMME, R.; NAKAMURA, Y.; MONROE, C. UND O'BRIEN, J. L.: *Quantum computers*, Nature **464**, 45 (2010).
- [3] GISIN, N. UND THEW, R.: *Quantum communication*, Nature Photonics **1**, 165 (2007).
- [4] KIMBLE, H. J.; DAGENAIS, M. UND MANDEL, L.: *Photon Antibunching in Resonance Fluorescence*, Physical Review Letters **39**, 691 (1977).
- [5] KUHLMANN, A. V.; PRECHTEL, J. H.; HOUEL, J.; LUDWIG, A.; REUTER, D.; WIECK, A. D. UND WARBURTON, R. J.: *Transform-limited single photons from a single quantum dot*, Nature Communications **6**, 8204 (2015).
- [6] SOMASCHI, N.; GIESZ, V.; SANTIS, L. D.; LOREDO, J. C.; ALMEIDA, M. P.; HORNECKER, G.; PORTALUPI, S. L.; GRANGE, T.; ANTÓN, C.; DEMORY, J.; GÓMEZ, C.; SAGNES, I.; LANZILLOTTI-KIMURA, N. D.; LEMAÎTRE, A.; AUFFEVES, A.; WHITE, A. G.; LANCO, L. UND SENELLART, P.: *Near-optimal single-photon sources in the solid state*, Nature Photonics **10**, 340 (2016).
- [7] SZE, S. M. UND NG, K. K.: *Physics of Semiconductor Devices*, Wiley (2006).
- [8] GROSS, R. UND MARX, A.: *Festkörperphysik*, Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2012).
- [9] EBLER, C.: *Aufbau und Charakterisierung eines tieftemperatur breitband Operationsverstärkers zur CV-Spektroskopie*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum (2016).
- [10] MÜLLER, R.: *Rauschen*, Halbleiter-Elektronik, Springer Berlin Heidelberg (2013).
- [11] KITTEL, C.: *Introduction to solid state physics*, Bd. 8, Wiley New York (1976).
- [12] BLOCH, F.: *Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern*, Zeitschrift für Physik **52**, 555 (1929).

- [13] KORSCH, A. R.: *Manipulation der Übergangsraten von selbstorganisierten Indiumarsenid-Quantenpunkten durch elektronische und optische Kopplung in Halbleiterheterostrukturen*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum (2019).
- [14] HOLLEMAN, A. F. UND WIBERG, N.: *Lehrbuch der anorganischen Chemie*, de Gruyter (1995).
- [15] LUDWIG, A.: *Halbleitervorlesung 1*, Ruhr-Universität Bochum (2017).
- [16] IOFFE INSTITUTE: *GaAs - Basic Parameters at 300 K* (2019), URL <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/basic.html>.
- [17] CHELIKOWSKY, J. R. UND COHEN, M. L.: *Electronic structure of silicon*, Physical Review B **10**, 5095 (1974).
- [18] GRUNDMANN, M.: *Physics of semiconductors*, Bd. 11, Springer (2010).
- [19] KASAP, S.; CAPPER, P. UND KOUGHIA, C.: *Springer handbook of electronic and photonic materials*, Springer (2007).
- [20] KIM, Y.-S.; HUMMER, K. UND KRESSE, G.: *Accurate band structures and effective masses for InP, InAs, and InSb using hybrid functionals*, Physical Review B **80**, 035203 (2009).
- [21] VURGAFTMAN, I.; MEYER, J. R. UND RAM-MOHAN, L. R.: *Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys*, Journal of Applied Physics **89**, 5815 (2001).
- [22] FISCHETTI, M. V. UND LAUX, S. E.: *Monte Carlo simulation of transport in technologically significant semiconductors of the diamond and zinc-blende structures. II. Submicrometer MOSFETs*, IEEE Transactions on Electron Devices **38**, 650 (1991).
- [23] VARSHNI, Y. P.: *Temperature dependence of the energy gap in semiconductors*, Physica **34**, 149 (1967).
- [24] SPEKTRUM: *Debye-Temperatur* (1998), URL <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/debye-temperatur/2809>.
- [25] PALANKOVSKI, V.: *Simulation of Heterojunction Bipolar Transistors*, Dissertation, TU Wien (2000).
- [26] MOONEY, P. M.: *Deep donor levels (DXcenters) in III-V semiconductors*, Journal of Applied Physics **67**, R1 (1990).
- [27] LUDWIG, A.: *Bestimmung der Energie-Eigenwerte von InAs-Quantenpunkten mittels Kapazitäts-Spannungs-Spektroskopie*, Diplomarbeit, Ruhr-University-Bochum (2007).

- [28] PASHLEY, M. D.; HABERERN, K. W.; FEENSTRA, R. M. UND KIRCHNER, P. D.: *Different Fermi-level pinning behavior on n- and p-type GaAs(001)*, Physical Review B **48**, 4612 (1993).
- [29] COLLEONI, D.; MICELI, G. UND PASQUARELLO, A.: *Origin of Fermi-level pinning at GaAs surfaces and interfaces*, Journal of Physics: Condensed Matter **26**, 492202 (2014).
- [30] BIMBERG, D.; GRUNDMANN, M. UND LEDENTSOV, N. N.: *Quantum dot heterostructures*, John Wiley & Sons Ltd Baffins Lane Chichester (1999).
- [31] RAFAILOV, E. U.: *The physics and engineering of compact quantum dot-based lasers for biophotonics*, John Wiley & Sons (2013).
- [32] SCHUBERT, F.: *Physical foundations of solid-state devices*, Fred E. Schubert (2015).
- [33] LUDWIG, A.: *Elektrische Spininjektion in InAs-Quantenpunkte*, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum (2011).
- [34] WEISBRUCH, C. UND VINTER, B.: *Quantum semiconductor structures: fundamentals and applications*, Elsevier (2014).
- [35] ASHCROFT, N. W. UND MERMIN, D. N.: *Solid state Physics*, Cengage Learning (1976).
- [36] LANG, D. V. UND LOGAN, R. A.: *Large-Lattice-Relaxation Model for Persistent Photoconductivity in Compound Semiconductors*, Physical Review Letters **39**, 635 (1977).
- [37] LANG, D. V.; LOGAN, R. A. UND JAROS, M.: *Trapping characteristics and a donor-complex (DX) model for the persistent-photoconductivity trapping center in Te-doped Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As*, Physical Review B **19**, 1015 (1979).
- [38] PETTA, J. R.: *Coherent Manipulation of Coupled Electron Spins in Semiconductor Quantum Dots*, Science **309**, 2180 (2005).
- [39] HANSON, R.; KOUWENHOVEN, L. P.; PETTA, J. R.; TARUCHA, S. UND VANDERSYPEN, L. M. K.: *Spins in few-electron quantum dots*, Reviews of Modern Physics **79**, 1217 (2007).
- [40] KOUWENHOVEN, L. P.; AUSTING, D. G. UND TARUCHA, S.: *Few-electron quantum dots*, Reports on Progress in Physics **64**, 701 (2001).
- [41] ZWANENBURG, F. A.; DZURAK, A. S.; MORELLO, A.; SIMMONS, M. Y.; HOLLENBERG, L. C. L.; KLIMECK, G.; ROGGE, S.; COPPERSMITH, S. N. UND ERIKSSON, M. A.: *Silicon quantum electronics*, Reviews of Modern Physics **85**, 961 (2013).

- [42] MICHLER, P.: *A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device*, *Science* **290**, 2282 (2000).
- [43] HE, Y.-M.; HE, Y.; WEI, Y.-J.; WU, D.; ATATÜRE, M.; SCHNEIDER, C.; HÖFLING, S.; KAMP, M.; LU, C.-Y. UND PAN, J.-W.: *On-demand semiconductor single-photon source with near-unity indistinguishability*, *Nature Nanotechnology* **8**, 213 (2013).
- [44] DING, X.; HE, Y.; DUAN, Z.-C.; GREGERSEN, N.; CHEN, M.-C.; UNSLEBER, S.; MAIER, S.; SCHNEIDER, C.; KAMP, M.; HÖFLING, S.; LU, C.-Y. UND PAN, J.-W.: *On-Demand Single Photons with High Extraction Efficiency and Near-Unity Indistinguishability from a Resonantly Driven Quantum Dot in a Micropillar*, *Physical Review Letters* **116**, 020401 (2016).
- [45] WARBURTON, R. J.; MILLER, B. T.; DÜRR, C. S.; BÖDEFELD, C.; KARRAI, K.; KOTTHAUS, J. P.; MEDEIROS-RIBEIRO, G.; PETROFF, P. M. UND HUANT, S.: *Coulomb interactions in small charge-tunable quantum dots: A simple model*, *Physical Review B* **58**, 16221 (1998).
- [46] RAZVAN, R.: *Wavefunctions and carrier-carrier interactions in InAs quantum dots studied by capacitance-voltage spectroscopy*, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum (2008).
- [47] COHEN-TANNOUJJI, C.; DIU, B.; LALOË, F. UND STREUBEL, J.: *Quantenmechanik*, De Gruyter Studium (2019).
- [48] BRONSTEIN, I. N.: *Taschenbuch der Mathematik*, Bd. 1, Springer-Verlag (2012).
- [49] FRICKE, M.; LORKE, A.; KOTTHAUS, J. P.; MEDEIROS-RIBEIRO, G. UND PETROFF, P. M.: *Shell structure and electron-electron interaction in self-assembled InAs quantum dots*, *Europhysics Letters (EPL)* **36**, 197 (1996).
- [50] GRIFFITHS, D. J. UND SCHRÖTER, D. F.: *Introduction to Quantum Mechanics*, Cambridge University Press (2018).
- [51] DREXLER, H.; LEONARD, D.; HANSEN, W.; KOTTHAUS, J. P. UND PETROFF, P. M.: *Spectroscopy of quantum levels in charge-tunable InGaAs quantum dots*, *Physical Review Letters* **73**, 2252 (1994).
- [52] WARBURTON, R. J.; SCHÄFLEIN, C.; HAFT, D.; BICKEL, F.; LORKE, A.; KARRAI, K.; GARCIA, J. M.; SCHOENFELD, W. UND PETROFF, P. M.: *Optical emission from a charge-tunable quantum ring*, *Nature* **405**, 926 (2000).

- [53] CHUANG, S. L. UND HOLONYAK, N.: *Efficient quantum well to quantum dot tunneling: Analytical solutions*, Applied Physics Letters **80**, 1270 (2002).
- [54] MARQUARDT, B.; GELLER, M.; LORKE, A.; REUTER, D. UND WIECK, A. D.: *Using a two-dimensional electron gas to study nonequilibrium tunneling dynamics and charge storage in self-assembled quantum dots*, Applied Physics Letters **95**, 022113 (2009).
- [55] MARQUARDT, B.; BECKEL, A.; LORKE, A.; WIECK, A. D.; REUTER, D. UND GELLER, M.: *The influence of charged InAs quantum dots on the conductance of a two-dimensional electron gas: Mobility vs. carrier concentration*, Applied Physics Letters **99**, 223510 (2011).
- [56] BARDEEN, J.: *Tunnelling from a Many-Particle Point of View*, Physical Review Letters **6**, 57 (1961).
- [57] FERMI, E.: *Nuclear physics: a course given by Enrico Fermi at the University of Chicago*, University of Chicago Press (1950).
- [58] LEUTHER, A.; HOLLFELDER, M.; HARDTDEGEN, H. UND LÜTH, H.: *Experimental realization of a two-dimensional to two-dimensional tunnel transistor*, Semiconductor Science and Technology **11**, 772 (1996).
- [59] SIMMONS, J. A.; BLOUNT, M. A.; MOON, J. S.; LYO, S. K.; BACA, W. E.; WENDT, J. R.; RENO, J. L. UND HAFICH, M. J.: *Planar quantum transistor based on 2D–2D tunneling in double quantum well heterostructures*, Journal of Applied Physics **84**, 5626 (1998).
- [60] BECKEL, A.; ZHOU, D.; MARQUARDT, B.; REUTER, D.; WIECK, A. D.; GELLER, M. UND LORKE, A.: *Momentum matching in the tunneling between 2-dimensional and 0-dimensional electron systems*, Applied Physics Letters **100**, 232110 (2012).
- [61] ZHOU, D.; BECKEL, A.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; GELLER, M. UND LORKE, A.: *Tuning the tunneling probability between low-dimensional electron systems by momentum matching*, Applied Physics Letters **106**, 243105 (2015).
- [62] SCHWABL, F.: *Quantenmechanik (QM I)*, Springer-Verlag (2007).
- [63] INOSHITA, T. UND SAKAKI, H.: *Electron relaxation in a quantum dot: Significance of multiphonon processes*, Physical Review B **46**, 7260 (1992).
- [64] SEEBECK, J.; NIELSEN, T. R.; GARTNER, P. UND JAHNKE, F.: *Polarons in semiconductor quantum dots and their role in the quantum kinetics of carrier relaxation*, Physical Review B **71**, 125327 (2005).

- [65] *Optische Eigenschaften von GaAs* (2019), URL <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/optic.html>.
- [66] CHANG, S.-W.; CHUANG, S.-L. UND HOLONYAK, N.: *Phonon- and Auger-assisted tunneling from a quantum well to a quantum dot*, Physical Review B **70**, 125312 (2004).
- [67] BONC-BRUEVIC, V. L. UND KALASNIKOV, S. G.: *Halbleiterphysik*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin (1982).
- [68] STURGE, M. D.: *Optical Absorption of Gallium Arsenide between 0.6 and 2.75 eV*, Physical Review **127**, 768 (1962).
- [69] FRANZ, W.: *Einfluss eines elektrischen Feldes auf eine optische Absorptionskante*, Zeitschrift für Naturforschung A **13**, 484 (1958).
- [70] ASHCROFT, N. W. UND MERMIN, D. N.: *Festkörperphysik*, München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2005).
- [71] LABUD, P.; LUDWIG, A.; WIECK, A.; BESTER, G. UND REUTER, D.: *Direct quantitative electrical measurement of many-body interactions in exciton complexes in InAs quantum dots*, Physical Review Letters **112**, 046803 (2014).
- [72] OHNESORGE, B.; ALBRECHT, M.; OSHINOWO, J.; FORCHEL, A. UND ARAKAWA, Y.: *Rapid carrier relaxation in self-assembled In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs quantum dots*, Physical Review B **54**, 11532 (1996).
- [73] HEITZ, R.; VEIT, M.; LEDENTSOV, N. N.; HOFFMANN, A.; BIMBERG, D.; USTINOV, V. M.; KOP'EV, P. S. UND ALFEROV, Z. I.: *Energy relaxation by multiphonon processes in InAs/GaAs quantum dots*, Physical Review B **56**, 10435 (1997).
- [74] EDIGER, M.; BESTER, G.; BADOLATO, A.; PETROFF, P. M.; KARRAI, K.; ZUNGER, A. UND WARBURTON, R. J.: *Peculiar many-body effects revealed in the spectroscopy of highly charged quantum dots*, Nature Physics **3**, 774 (2007).
- [75] LINEAR TECHNOLOGIE: *Datenblatt LT6240* (2015), URL <http://www.linear.com/docs/8817>.
- [76] DUTTA, P. UND HORN, P. M.: *Low-frequency fluctuations in solids: 1/f noise*, Reviews of Modern Physics **53**, 497 (1981).
- [77] BÖLÜKBASI, I.: *Einfluss einer monoatomaren AlAs-Schicht auf Quantenzustände der Benetzungsschicht*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum (2018).
- [78] RINALDI, F.: *Basics of molecular beam epitaxy (MBE)*, Annual Report (2002).

- [79] FOXON, C. T.: *MBE growth of GaAs and III-V alloys*, Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures **1**, 293 (1983).
- [80] NEAVE, J. H.; JOYCE, B. A.; DOBSON, P. J. UND NORTON, N.: *Dynamics of film growth of GaAs by MBE from Rheed observations*, Applied Physics A Solids and Surfaces **31**, 1 (1983).
- [81] STRANSKI, I. N. UND KRASTANOW, L.: *Zur Theorie der orientierten Ausscheidung von Ionenkristallen aufeinander*, Monatshefte für Chemie **71**, 351 (1937).
- [82] LIU, H. Y.; XU, B.; CHEN, Y. H.; DING, D. UND WANG, Z. G.: *Effects of seed layer on the realization of larger self-assembled coherent InAs/GaAs quantum dots*, Journal of Applied Physics **88**, 5433 (2000).
- [83] WASILEWSKI, Z. R.; FAFARD, S. UND MCCAFFREY, J. P.: *Size and shape engineering of vertically stacked self-assembled quantum dots*, Journal of Crystal Growth **201**, 1131 (1999).
- [84] SASAKURA, H.; KAYAMORI, S.; ADACHI, S. UND MUTO, S.: *Effect of indium-flush method on the control of photoluminescence energy of highly uniform self-assembled InAs quantum dots by slow molecular beam epitaxy growth*, Journal of Applied Physics **102**, 013515 (2007).
- [85] KURZMANN, A.; MERKEL, B.; MARQUARDT, B.; BECKEL, A.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; LORKE, A. UND GELLER, M.: *Electron dynamics in transport and optical measurements of self-assembled quantum dots*, physica status solidi (b) **254**, 1600625 (2017).
- [86] LABUD, P.: *Elektrische Detektion von Exzitonen in InAs-Quantenpunkten*, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum (2013).
- [87] SCHOLZ, S.: *Optische Untersuchung und Optimierung von III-V Quantenpunkt-Nanodraht-Heterosystemen hergestellt mittels Molekularstrahlepitaxie*, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum (2017).
- [88] SNIDER, G.: *Computer Program 1D Poisson/Schrödinger: A Band Diagram Calculator*, Dissertation, University of Notre Dame (2017).
- [89] PETROFF, P. M.; MILLER, R. C.; GOSSARD, A. C. UND WIEGMANN, W.: *Impurity trapping, interface structure, and luminescence of GaAs quantum wells grown by molecular beam epitaxy*, Applied Physics Letters **44**, 217 (1984).

- [90] STÖRMER, H. L.; DINGLE, R.; GOSSARD, A. C.; WIEGMANN, W. UND STURGE, M. D.: *Two-dimensional electron gas at a semiconductor-semiconductor interface*, Solid State Communications **29**, 705 (1979).
- [91] DINGLE, R.; STÖRMER, H. L.; GOSSARD, A. C. UND WIEGMANN, W.: *Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices*, Applied Physics Letters **33**, 665 (1978).
- [92] SCHUBERT, E. F.; STARK, J. B.; ULLRICH, B. UND CUNNINGHAM, J. E.: *Spatial localization of impurities in delta-doped GaAs*, Applied Physics Letters **52**, 1508 (1988).
- [93] WEISS, K. M.; MIGUEL-SANCHEZ, J. UND ELZERMAN, J. M.: *Magnetically tunable singlet-triplet spin qubit in a four-electron InGaAs coupled quantum dot*, Scientific Reports **3**, 3121 (2013).
- [94] v. KLITZING, K.; DORDA, G. UND PEPPER, M.: *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Physical Review Letters **45**, 494 (1980).
- [95] PAL, S.; JUNGGBAUER, C.; VALENTIN, S. R.; EICKELMANN, P.; SCHOLZ, S.; LUDWIG, A. UND WIECK, A. D.: *Probing indirect exciton complexes in a quantum dot molecule via capacitance-voltage spectroscopy*, Physical Review B **94**, 245311 (2016).
- [96] LÖBL, M. C.; SCHOLZ, S.; SÖLLNER, I.; RITZMANN, J.; DENNEULIN, T.; KOVÁCS, A.; KARDYNAŁ, B. E.; WIECK, A. D.; LUDWIG, A. UND WARBURTON, R. J.: *Excitons in InGaAs quantum dots without electron wetting layer states*, Communications Physics **2**, 93 (2019).
- [97] FARNY, M. W.: *Optimierung von Bauelementstrukturen für Quantenpunkt-Leitwertspektroskopie*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum (2019).
- [98] BACA, A. G. UND ASHBY, C. I. H.: *Fabrication of GaAs Devices*, The Institution of Engineering and Technology, Stevenage (2005).
- [99] SCHRODER, D. K.: *Semiconductor Material and Device Characterization*, Wiley-IEEE Press (2015).
- [100] MILLEA, M. F.; MCCOLL, M. UND MEAD, C. A.: *Schottky Barriers on GaAs*, Physical Review **177**, 1164 (1969).
- [101] MARQUARDT, B.; GELLER, M.; BAXEVANIS, B.; PFANNKUCHE, D.; WIECK, A. D.; REUTER, D. UND LORKE, A.: *Transport spectroscopy of non-equilibrium many-particle spin states in self-assembled quantum dots*, Nature Communications **2**, 209 (2011).



- [102] ELTRUDIS, K.; AL-ASHOURI, A.; BECKEL, A.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; GELLER, M. UND LORKE, A.: *All-electrical measurement of the triplet-singlet spin relaxation time in self-assembled quantum dots*, Applied Physics Letters **111**, 092103 (2017).
- [103] BECKEL, A.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; LORKE, A. UND GELLER, M.: *Time-resolved transconductance spectroscopy on self-assembled quantum dots: Spectral evolution from single- into many-particle states*, Physical Review B **89**, 155430 (2014).
- [104] KURZMANN, A.; BECKEL, A.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; LORKE, A. UND GELLER, M.: *The effect of charged quantum dots on the mobility of a two-dimensional electron gas: How important is the Coulomb scattering?*, Journal of Applied Physics **117**, 054305 (2015).
- [105] BECKEL, A.; KURZMANN, A.; GELLER, M.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; KÖNIG, J. UND LORKE, A.: *Asymmetry of charge relaxation times in quantum dots: The influence of degeneracy*, EPL (Europhysics Letters) **106**, 47002 (2014).
- [106] HALLIDAY, D.; RESNICK, R. UND WALKER, J.: *Halliday Physik*, Wiley-VCH (2017).
- [107] SCHMIDT, M.: *AFP Analyzer 8.0* (2020).
- [108] DÜPUTELL, C.: *Neue Erkenntnisse aus der Charakterisierung von gekoppelten Quantenpunkten mittels optimierter Leitwertspektroskopie*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum (2018).
- [109] NGUYEN, G. N. B.: *Untersuchung optoelektronischer Eigenschaften von im Stranski-Krastanov- oder lokalen Tröpfchenätzwachstumsmodus gebildeten Quantenpunkten*, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum (2019).
- [110] WALZ, G.: *Lexikon der Mathematik*, Spektrum Akademischer Verlag (2003).
- [111] LERCH, R.: *Elektrische Messtechnik: Analoge, digitale und computergestützte Verfahren*, Springer-Lehrbuch, Springer Berlin Heidelberg (2012).
- [112] KÜNZEL, H.; PLOOG, K.; WÜNSTEL, K. UND ZHOU, B. L.: *Influence of alloy composition, substrate temperature, and doping concentration on electrical properties of Si-doped  $n$ -Al $x$  Ga $1-x$  As grown by molecular beam epitaxy*, Journal of Electronic Materials **13**, 281 (1984).
- [113] SCHUBERT, F. E.: *Delta-doping of Semiconductors*, Cambridge University Press (1996).
- [114] KAMADA, M.; SUZUKI, T.; NAKAMURA, F.; MORI, Y. UND ARAI, M.: *Investigation of orientation effect on contact resistance in selectively doped AlGaAs/GaAs heterostructures*, Applied Physics Letters **49**, 1263 (1986).

- [115] BOUDVILLE, W. J. UND MCGILL, T. C.: *Scale dependence of resistance fluctuations at metal-semiconductor junctions*, Journal of Applied Physics **63**, 5009 (1988).
- [116] GUÉRET, P.; BUCHMANN, P.; DAETWYLER, K. UND VETTIGER, P.: *Resistance of very small area ohmic contacts on GaAs*, Applied Physics Letters **55**, 1735 (1989).
- [117] TAYLOR, R. P.; COLERIDGE, P. T.; DAVIES, M.; FENG, Y.; MCCAFFREY, J. P. UND MARSHALL, P. A.: *Physical and electrical investigation of ohmic contacts to AlGaAs/GaAs heterostructures*, Journal of Applied Physics **76**, 7966 (1994).
- [118] MARQUARDT, D. W.: *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters*, Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics **11**, 431 (1963).
- [119] GROSSMANN, W.: *Grundzüge der Ausgleichungsrechnung: nach der Methode der kleinsten Quadrate nebst Anwendung in der Geodäsie*, Springer (1968).
- [120] LAWSON, C. L. UND HANSON, R. J.: *Solving Least Squares Problems (Classics in Applied Mathematics)*, Society for Industrial and Applied Mathematics (1987).
- [121] ISTRATOV, A. A. UND VYVENKO, O. F.: *Exponential analysis in physical phenomena*, Review of Scientific Instruments **70**, 1233 (1999).
- [122] VAN DRIEL, A. F.; NIKOLAEV, I. S.; VERGEER, P.; LODAHL, P.; VANMAEKELBERGH, D. UND VOS, W. L.: *Statistical analysis of time-resolved emission from ensembles of semiconductor quantum dots: Interpretation of exponential decay models*, Physical Review B **75**, 035329 (2007).
- [123] NIKOLAEV, I. S.; LODAHL, P.; VAN DRIEL, A. F.; KOENDERINK, A. F. UND VOS, W. L.: *Strongly nonexponential time-resolved fluorescence of quantum-dot ensembles in three-dimensional photonic crystals*, Physical Review B **75**, 115302 (2007).
- [124] GRINVALD, A. UND STEINBERG, I. Z.: *On the analysis of fluorescence decay kinetics by the method of least-squares*, Analytical Biochemistry **59**, 583 (1974).
- [125] SCHNORR, L.; HEINZEL, T.; SCHOLZ, S.; LUDWIG, A. UND WIECK, A. D.: *Laplace deep level transient spectroscopy on self-assembled quantum dots*, Journal of Applied Physics **124**, 104301 (2018).
- [126] KWOK, Y.-K. UND BARTHEZ, D.: *An algorithm for the numerical inversion of Laplace transforms*, Inverse Problems **5**, 1089 (1989).

- [127] HADAMARD, J.: *Sur Les Problèmes Aux Dérivées Partielles et Leur Signification Physique*, Princ. Univ. Bullet (1902).
- [128] CRAIG, I. J. D.; THOMPSON, A. M. UND THOMPSON, W. J.: *Practical Numerical Algorithms Why Laplace Transforms Are Difficult To Invert Numerically*, Computers in Physics **8**, 648 (1994).
- [129] HANSEN, P. C.: *Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms (Fundamentals of Algorithms)*, Society for Industrial and Applied Mathematics (2010).
- [130] LANCZOS, C.: *Applied Analysis*, Prentice Hall, INC. (1956).
- [131] GARDNER, D. G.; GARDNER, J. C.; LAUSH, G. UND MEINKE, W. W.: *Method for the Analysis of Multicomponent Exponential Decay Curves*, The Journal of Chemical Physics **31**, 978 (1959).
- [132] TIKHONOV, A. N.: *Solution of Incorrectly Formulated Problems and the Regularization Method* (1963).
- [133] TIKHONOV, A. N.: *Regularization of Incorrectly Posed Problems* (1963).
- [134] GROETSCH, C. W.: *The Theory of Tikhonov Regularization for Fredholm Equations*. Boston Pitman Publication, Boston Pitman Publication (1984).
- [135] GAZZOLA, S.; NOVATI, P. UND RUSSO, M. R.: *Embedded techniques for choosing the parameter in Tikhonov regularization*, Numerical Linear Algebra with Applications **21**, 796 (2014).
- [136] HANSEN, P. C.; KILMER, M. E. UND KJELDSSEN, R. H.: *Exploiting Residual Information in the Parameter Choice for Discrete Ill-Posed Problems*, BIT Numerical Mathematics **46**, 41 (2006).
- [137] HANSEN, P. C.: *Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve*, SIAM Review **34**, 561 (1992).
- [138] REICHEL, L. UND RODRIGUEZ, G.: *Old and new parameter choice rules for discrete ill-posed problems*, Numerical Algorithms **63**, 65 (2013).
- [139] MOROZOV, V. A.: *The error principle in the solution of operational equations by the regularization method*, USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics **8**, 63 (1968).
- [140] DOICU, A.; TRAUTMANN, T. UND SCHREIER, F.: *Numerical Regularization for Atmospheric Inverse Problems*, Springer-Verlag GmbH (2010).

- [141] HANSEN, P. C.; JENSEN, T. K. UND RODRIGUEZ, G.: *An adaptive pruning algorithm for the discrete L-curve criterion*, Journal of Computational and Applied Mathematics **198**, 483 (2007).
- [142] CASTELLANOS, J. L.; GÓMEZ, S. UND GUERRA, V.: *The triangle method for finding the corner of the L-curve*, Applied Numerical Mathematics **43**, 359 (2002).
- [143] LASSONDE, M.: *Approximation, Optimization and Mathematical Economics*, Springer (2001).
- [144] HANKE, M.: *Limitations of the L-curve method in ill-posed problems*, BIT Numerical Mathematics **36**, 287 (1996).
- [145] RAI, A. K.; GORDON, S.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; ZRENNER, A. UND REUTER, D.: *Spatially indirect transitions in electric field tunable quantum dot diodes*, physica status solidi (b) **253**, 437 (2015).
- [146] VALENTIN, S. R.; SCHWINGER, J.; EICKELMANN, P.; LABUD, P. A.; WIECK, A. D.; SOTHMANN, B. UND LUDWIG, A.: *Illumination-induced nonequilibrium charge states in self-assembled quantum dots*, Physical Review B **97**, 045416 (2018).
- [147] LOSS, D. UND DIVINCENZO, D. P.: *Quantum computation with quantum dots*, Physical Review A **57**, 120 (1998).
- [148] WEISS, K. M.; ELZERMAN, J. M.; DELLEY, Y. L.; MIGUEL-SANCHEZ, J. UND IMAMOĞLU, A.: *Coherent two-electron spin qubits in an optically active pair of coupled InGaAs quantum dots*, Physical Review Letters **109**, 107401 (2012).
- [149] BERTRAND, B.; FLENTJE, H.; TAKADA, S.; YAMAMOTO, M.; TARUCHA, S.; LUDWIG, A.; WIECK, A. D.; BÄUERLE, C. UND MEUNIER, T.: *Quantum manipulation of two-electron spin states in isolated double quantum dots*, Physical Review Letters **115**, 096801 (2015).
- [150] ROY, D.; LI, Y.; GREILICH, A.; PERSHIN, Y. V.; SAXENA, A. UND SINITSYN, N. A.: *Spin noise spectroscopy of quantum dot molecules*, Physical Review B **88**, 045320 (2013).
- [151] LIMPET, E.; STAHEL, W. A. UND ABBT, M.: *Log-normal Distributions across the Sciences: Keys and Clues*, BioScience **51**, 341 (2001).
- [152] LUYKEN, R. J.; LORKE, A.; GOVOROV, A. O.; KOTTHAUS, J. P.; MEDEIROS-RIBEIRO, G. UND PETROFF, P. M.: *The dynamics of tunneling into self-assembled InAs dots*, Applied Physics Letters **74**, 2486 (1999).

- [153] ADLER, F.; GEIGER, M.; BAUKNECHT, A.; SCHOLZ, F.; SCHWEIZER, H.; PILKUHN, M. H.; OHNESORGE, B. UND FORCHEL, A.: *Optical transitions and carrier relaxation in self assembled InAs/GaAs quantum dots*, Journal of Applied Physics **80**, 4019 (1996).
- [154] TACKEUCHI, A.; OHTSUBO, R.; YAMAGUCHI, K.; MURAYAMA, M.; KITAMURA, T.; KURODA, T. UND TAKAGAHARA, T.: *Spin relaxation dynamics in highly uniform InAs quantum dots*, Applied Physics Letters **84**, 3576 (2004).
- [155] ND S. M. SZE, D. K.: *A floating gate and its application to memory devices*, The Bell System Technical Journal **46**, 1288 (1967).
- [156] EBLER, C.; LABUD, P. A.; RAI, A. K.; REUTER, D.; WIECK, A. D. UND LUDWIG, A.: *Electrical detection of excitonic states by time-resolved conductance measurements*, Physical Review B **101**, 125303 (2020).
- [157] THEODOROU, D. E. UND QUEISSER, H. J.: *Illumination-dose dependence of persistent photoconductivity of n-GaAs epitaxial layers*, Applied Physics **23**, 121 (1980).

# Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle ganz herzlich bei allen Beteiligten bedanken.

Allen voran möchte ich mich bei Herrn **Prof. Dr. Andreas Wieck** für das Vertrauen und die Vergabe des Themas bedanken. Durch seine Initiative haben sich viele neue Möglichkeiten, wie die Messungen am CRHEA in Frankreich ergeben. Des Weiteren möchte ich mich für den steten fachlichen sowie außer-fachlichen Beirat, für die vielen Möglichkeiten an internationalen Erfahrungen und für den außergewöhnlich guten technischen Sachverstand bedanken.

Herrn **Dr. Arne Ludwig** danke ich für die anhaltende Motivation und den steten Anreiz zur Forschung sowie für die ausgesprochen gute fachliche Kompetenz bei der Interpretation der Ergebnisse. Insbesondere durch sein gutes Auge für Details konnten viele Interessante Erkenntnisse gewonnen werden.

Bei Herrn **Prof. Dr. Ulrich Köhler** bedanke ich mich für die Übernahme des Zweitgutachtens dieser Arbeit.

Ich bedanke mich sehr bei den Studenten, die im Rahmen ihrer Bachelor- oder Masterarbeit mit Tatendrang und Motivation an dieser Arbeit beteiligt waren, namentlich: **Simon Schlombs, Clara Junggebauer, Christoph Ringkamp, Christian Döpütell, Stephan Sehring, Giang Nguyen, Alexander Korsch** und **Mario Farny**.

Fundamental wichtig für das Arbeiten am Lehrstuhl sind und waren die technischen Aspekte. Dafür möchte ich mich bei **T. Ermlich** bedanken, der für die allermeisten Problemstellungen immer eine gute und praktikable Lösung parat hatte. Darüber hinaus möchte ich **N. Viteritti** für die vorzügliche Arbeit bei der Prozessierung der Proben danken.

Ich bedanke mich bei allen Mitarbeitern des CRHEA in Frankreich für den guten wissenschaftlichen sowie kulturellen Austausch und die gastfreundlichen

Aufenthalte im Rahmen des Deutsch-Französischen Hochschulprogramms DFH/UFA CDFA-05-06.

Besonderer Dank geht an den gesamten Lehrstuhl für Angewandte Festkörperphysik und insbesondere an meinen Doktoranden-Kollegen **Carlo Sgroi**, **Marcel Schmidt**, **Ismail Bölükbasi**, **Hans-Georg Babin**, **Christian Düputell**, **Sven Scholz**, **Julian Ritzmann** und **Nikolai Bart**. Sie waren bei Problemen immer mit Rat und Tat zur Stelle und haben die Zeit mit den heiteren Kaffekränzchen und Diskussionen sehr bereichert. Ohne sie hätte das ganze nicht funktioniert.

# Lebenslauf

**Name** Carsten Jörn Ebler  
**Geburtsdatum** 10.09.1989  
**Geburtsort** Dorsten (Deutschland)

## Ausbildung

2007 - 2010 Abitur am Berufskolleg Bottrop

2010 - 2011 Zivildienst AWO Bottrop

2011 - 2014 Bachelor of Science im Fach Physik an der Ruhr-Universität Bochum. Gesamtnote: gut  
Titel der Bachelorarbeit: *Aufbau und Charakterisierung eines rauscharmen und breitbandigen Spannungsverstärkers.*

2014 - 2016 Master of Science im Fach Physik an der Ruhr-Universität Bochum. Gesamtnote: sehr gut  
Titel der Masterarbeit: *Aufbau und Charakterisierung eines tieftemperatur breitband Operationsverstärkers zur CV-Spektroskopie.*

## Promotion

2016 Beginn der Promotion im Fach Physik am Lehrstuhl für Angewandte Festkörperphysik an der Ruhr-Universität Bochum unter Betreuung von Prof. Dr. A. D. Wieck.



# Publikationen

**Folgende Beiträge sind bereits in Zeitschriften veröffentlicht:**

Ebler, C.; Labud, P.A.; Rai, A.K.; Reuter, D.; Wieck, A.D.; Ludwig, A.:  
*Electrical detection of excitonic states by time resolved conductance measurements.*  
Physical Review B **101**, 125303 (2020).

**Weitere Publikationen, die über den Rahmen der Dissertation hinausgehen, sind bereits in Zeitschriften veröffentlicht:**

Pawlak, M.; Horny, N.; Scholz, S.; Ebler, C.; Ludwig, A.; Wieck, A.D.:  
*Simultaneous measurement of infrared absorption coefficient of Carbon doped  $Al_{0.33}Ga_{0.67}As$  thin film and thermal boundary resistance between thin film and heavily Zn doped GaAs substrate using spectrally-resolved modulated photothermal infrared radiometry.*  
Thermochimica Acta **667**, 73 (2018).

Korsch, A.R.; Nguyen, G.N.; Schmidt, M.; Ebler, C.; Valentin, S.R.; Lochner, P.; Rothfuchs, C.; Wieck, A.D.; Ludwig, A.:  
*Temperature and bias anomalies in the photoluminescence of InAs quantum dots coupled to a Fermi reservoir.*  
Physical Review B **99**, 165303 (2019).

Korsch, A.R.; Ebler, C.; Nguyen, G.N.; Scholz, S.; Wieck, A.D.; Ludwig, A.:  
*Electron tunneling dynamics between two-dimensional and zero-dimensional quantum systems: Contributions of momentum matching, higher subbands, and phonon-assisted processes.*  
Physical Review B **102**, 035413 (2020).

Nguyen, G.N.; Korsch, A.R.; Schmidt, M.; Ebler, C.; Labud, P.A.; Schott, R.; Lochner, P.; Brinks, F.; Wieck, A.D.; Ludwig, A.:  
*Influence of Molecular Beam Effusion Cell Quality on Optical and Electrical Properties of*

*Quantum Dots and Quantum Wells*  
Journal of Crystal Growth **550**, 125884 (2020).